

# 電廠管路結構劣化之健全性解析評價及改善(II)

## 期末報告

計劃編號: NSC 88-TPC-E-032-001

執行時間: 88 年 1 月 1 日至 88 年 12 月 31 日

計劃主持人: 史建中 淡江大學機械工程學系

行政院國家科學委員會

88 年度電力科技產業學術合作研究計劃

## 電廠管路結構劣化之健全性解析評價及改善(II)

Analysis, Evaluation and Improvement for the  
Structural Integrity of Material Fracture  
in Electrical Piping System (II)

中華民國八十九年一月

## 中文摘要

本研究報告將管路結構視為靜不定且有龜裂狀態為研究對象，建立力學解析及設計模型，以深入探討各種結構劣化的情形。在承受地震變位造成結構塑性變形的解析部份，採用極限理論及彈塑性破壞力學的綜合解析手法，隨著龜裂進展，分析龜裂部回轉角 $\phi$ 與變位  $H$ 、龜裂夾角與變位  $H$  之間的關係，以解析結構物的塑性崩壞行為。

為了改善延性不安定破壞造成耐荷重能力下降的情形，本文採用延性不安定破壞 J-R 曲線的理論，對於決定延性不安定破壞的關鍵破壞力學因子，即龜裂進展抵抗值  $dJ/da$  進行探討，並依據不安定破壞的特性，設計求得不形成延性不安定破壞的  $dJ/da$  臨界值的方法。此外，為評估龜裂配管龜裂進展的壽命，採用應力腐蝕裂縫增長理論中  $J$  積分與裂縫增長速率的關係式，進一步求得龜裂進展至崩壞為止的延續時間。

接著應用龜裂管結構彈塑性解析過程所得到崩壞荷重及崩壞變位關係式作為最佳化設計的主要限制條件，求得最小化體積及最小化  $dJ/da$  值。本論文不僅成功的解析出各種結構劣化現象，更針對影響結構的關鍵破壞因子提出改進的對策及方法，對於健全性評估及改善龜裂管結構劣化的情形應有所助益。

**關鍵字：**極限解析，彈塑性破壞力學，破斷前洩露，塑性崩壞行為，延性不安定破壞，龜裂進展，最佳化設計

## Abstract

A relatively new model has been proposed to analyze and evaluate the Leak-Before-Break (LBB) phenomenon and plastic collapse behavior for a statically indeterminate structure. A typical structure is a fragment of pipeline with a circumference crack in the electrical power plant. By combining the limit analysis theory and elastic-plastic fracture mechanics, the effects of crack size, compliance and fracture toughness on plastic collapse behavior and structural integrity of statically indeterminate piping system has been analyzed quantitatively. When a crack propagates in a statically indeterminate pipe before plastic collapse, the load does not decrease. This shows a minimum critical value of material in  $dJ/da$ ;  $q$  and  $\delta$  analysis which is determined by  $J_{IC}$ , flow stress, cracks size, piping span length, compliance and flexural rigidity of the pipe. This report used  $J$ - $R$  curve theory in the elastic-plastic fracture mechanics and crack propagation resistance to analyze the large scale yielding of a structural pipe. The further analysis of  $dJ/da$  is for maximizing the life assessment of the crack propagation to the collapse. These analysis and design strategy can promote the safety performance of a structural pipe under crack deformation. One can expect that analytic method developed in this research is useful and convenient to evaluate the LBB, plastic collapse behavior of a piping system and increase the system reliability.

**Keywords:** Limit analysis, elastic-plastic fracture mechanics, Leak-Before-Break, plastic collapse behavior, unstable ductile fracture, crack propagation, optimal design.

# 目 錄

第一章 緒論.....	1
1-1 前言.....	1
1-2 文獻回顧.....	2
1-3 研究目的及方法.....	6
第二章 承受地震變位的塑性崩壞行為.....	8
2-1 地震變位分析之目的.....	8
2-2 解析方法.....	9
2-2.1 建立解析模型.....	9
2-2.2 解析的基本理論.....	9
a. 增分解析手法.....	9
b. Net-Section Stress 的破壞推定....	12
c. 彈塑性破壞力學的基本假定.....	14
2-3 解析例.....	17
2-3.1 解析過程.....	18
a. 彈性荷重變形行為解析 .....	18
b. 形成第二塑性鉸的變形行為解析.....	21
c. 崩壞機構形成後的變形行為解析 .....	23
2-3.2 數值解析流程 .....	24
2-3.3 結果與比較.....	26
第三章 延性不安定破壞現象.....	36
3-1 延性不安定破壞之定義.....	36

3-2	解析方法.....	37
3-2.1	建立解析模型.....	37
3-2.2	解析的基本理論.....	39
a.	延性不安定破壞理論.....	39
3-3	解析例.....	40
3-3.1	解析過程.....	41
a.	中央點有貫穿龜裂的情形.....	41
b.	中央點有未貫穿龜裂的情形.....	43
c.	固定端有貫穿龜裂的情形.....	45
d.	固定端有未貫穿龜裂的情形.....	48
3-3.2	數值解析流程.....	52
3-3.3	結果與比較.....	54
第四章	龜裂進展壽命評估.....	62
4-1	龜裂進展時間評估之目的.....	62
4-2	解析方法.....	63
4-2.1	建立解析模型.....	63
4-2.2	解析的基本理論.....	64
	應力腐蝕裂縫增長理論.....	64
4-3	解析例.....	65
4-3.1	解析過程.....	66
a.	靜不定中央點龜裂管結構部分.....	63
b.	靜不定固定端龜裂管結構部分.....	67
4-3.2	數值解析流程.....	70

4-3.3 結果與比較.....	72
第五章 最佳化設計.....	81
5-1 最佳化設計之目的.....	81
5-2 解析方法.....	82
5-2.1 建立解析的模型.....	82
5-2.2 解析的基本理論.....	82
5-3 設計解析例.....	86
5-3.1 最小化體積.....	87
5-3.2 最小化龜裂進展抵抗 $dJ/da$ .....	94
5-3.3 結果與比較.....	104
第六章 結論與建議.....	106
6-1 總結.....	106
6-2 未來研究方向.....	110
誌 謝 .....	110
參考文獻.....	111

# 第一章 緒 論

## 1-1 前言

由於近年來，臺電核能電廠及機的擴建以及民營電廠的開放，與能源相關連機器的管路及壓力容器等等的有關 LBB ( Leak-Before-Break；破斷前洩漏 )特性及提高可靠度等之相關研究，已經多方面進行探討。但是這些研究都是在靜定 (Statically determinate) 的條件下實施，對於實際廠房構件及能源相關聯機器的管路而言，因為有支持架(Support)及架台(Frame)的存在，以材料力學的觀點來看，會造成某種程度上的變形而已早非單純的靜定結構，應視為靜不定結構物 (Statically indeterminate Structures) 來作解析，才足以符合實際的狀況。可是至今電廠管路被看作是靜不定結構 (Statically indeterminate structure) 而詳細地檢討破壞行為的研究例非常少。此外，自從 Van den Broeck 提出極限設計 ( Limit design ) 構想以來 [1]，目前應用在電廠管路的破壞行為及結構完整性等相關的研究已廣泛被進行。但是就筆者所瞭解，極限強度解析的研究大部分只用於龜裂 (Crack) 不存在的情況下進行評估，特別是針對靜不定管路系之研究例更是非常少。因此，靜不定管路系在有龜裂存在時，破壞行為的相關研究，對於電廠管路劣化的健全性評估及改



善相當的重要。

本研究採用極限解析原理 ( Limit analysis theory) 的方法及彈塑性破壞力學 (Elastic-plastic fracture mechanics) 的綜合解析方法，建立具龜裂存在的靜不定管結構分析模式，使用簡易的柔度 (Compliance) 與  $J$  積分，解析因地震後而造成強制變位與回轉角的靜不定管結構物塑性崩壞行為 (Plastic collapse behavior) 與極限強度，不僅對於彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$ 、龜裂進展抵抗值  $dJ/da$  等破壞影響因子作深入的探討，如防止延性不安定破壞的發生、評估結構物破損至崩壞的時間以及龜裂結構物最佳化設計等等，期望對於電廠管路劣化的健全性評估及改善有所助益。

## 1-2 文獻回顧

本研究中分析所採用方法，主要是依據破壞力學理論的觀念，其學說的發展過程及理論基礎如下。

破壞力學 (Fracture mechanics) 學說 [2]，主要是針對存有龜裂的構造物，分析力學與破壞條件 (Fracture criteria)，調查材料參數及龜裂強度，以進一步推定在已知條件下的龜裂進展行為，視為廣義材料力學 (Mechanics of materials) 及固體力學 (Mechanics of solids) 的分野，主要有以下的幾個觀念及內容。1950 年代的後半時代，Irwin [3][4] 為了表

示龜裂前端附近應力應變場的特異性強度，而提出應力強度因子(Stress intensity factor) $K$  參數的概念，而  $K$  參數取決於龜裂尺寸等彈性體的幾何條件與負荷條件。為了定量化完全彈性體的破壞基準，Irwin 定義的彈性體破壞條件如下所示：

$$K \geq K_C$$

其中  $K_C$  稱為破壞韌性值 (Fracture toughness)，為材料對破壞的抵抗指標。之後，Irwin 又提出能量釋放率 (Energy release rate)  $G$  參數的概念，為龜裂進展所釋放能量與龜裂進展面積的比率。而材料的破壞基準，乃是  $G$  值需大於形成單位面積龜裂面所需功量  $G_C$ ，所以材料的破壞條件如下：

$$G \geq G_C$$

其中  $G_C$  同  $K_C$  一樣，皆為一種破壞韌性值。

實際上當材料降伏時，一定會發生塑性變形。當降伏或微小空隙發生龜裂成長所導致的非線性舉動，若該領域夠小的話，塑性域附近的彈性應力、應變場仍由  $K$  與  $G$  參數支配，此種狀態稱為小規模降伏 (Small scale yielding)，亦仍屬於線性破壞力學的範疇。但是，當小規模降伏不成立時，亦即為大規模降伏 (Large scale yielding) 時，則屬於非線性破壞力學 (Nonlinear fracture mechanics)，或彈塑性破壞力學 (Elastic-plastic fracture mechanics) 的研究領域。由於本研究的分析模型，為材料大規

模降伏至全面降伏 (General yielding fracture) 崩壞為止的塑性崩壞行為，所以以彈塑性破壞力學理論來分析較符合實際狀況。

彈塑性破壞力學理論包含有以下幾個重要理論。Rice [5]提出當龜裂部位有相當塑性域且龜裂進展為非線性行為時，則必須以  $J$  積分參數取代  $G$  參數來決定能量釋放率，當材料開始破壞時，其材料的破壞條件為如下所示：

$$J \geq J_c$$

其中  $J_c$  值為材料的彈塑性破壞韌性值。

其次，Wells[6] 提出開口位移  $\delta$  (Crack tip opening displacement; CTOD) 概念，其理論基礎為  $\delta$  達到材料固有的界限值  $\delta_c$  時時發生破壞，其破壞條件可表示如下：

$$\delta \geq \delta_c$$

在本研究中對於延性不安定破壞現象形成原因的探討，主要依據延性破壞力學的  $J$ - $R$  曲線不安定理論 [2]。其理論基礎為在龜裂進展過程中，若  $J_{app}$  表示形成破面所供給的能量， $J_{mat}$  表示形成破面所必須的能量，當同樣龜裂進展單位長度時， $J_{app}$  小於等於  $J_{mat}$  時，其表示式如下：

$$\left( \frac{\partial J_{app}}{\partial a} \right) \geq \frac{dJ_{mat}}{da}$$

如滿足上式，則龜裂進展為延性不安定破壞現象。但相反的，若同樣龜裂進展單位長度時， $J_{app}$  大於  $J_{mat}$  時，即

$$\left( \frac{\partial J_{app}}{\partial a} \right) < \frac{dJ_{mat}}{da}$$

則龜裂進展為延性安定破壞現象，其中的  $dJ/da$  值又稱為龜裂進展抵抗值。綜合以上關於破壞力學各參數的概念，得到材料的破壞條件，如表 1-1 所示。在本研究中，對於靜不定龜裂管結構的破壞行為解析，主要是採用彈塑性破壞力學的彈塑性破壞韌性  $J$  積分以及龜裂進展抵抗  $dJ/da$  值，作為龜裂進展分析時的材料參數。

表 1-1 破壞力學之破壞條件

	破壞型態	破壞力學參數	臨界值	破壞的條件式
破 壞 力 學	脆性破壞	$K, \delta$	$K_c, \delta_c$	$K=K_c$ 或 $\delta=\delta_c$
	疲勞破壞	$K$	$\Delta K_{th}$	$\Delta K \leq \Delta K_{th} \quad da/dN \approx 0$ $\Delta K > \Delta K_{th} \quad da/dN = C(\Delta K)^m$
	應力腐蝕破壞		$K_{ISCC}$	$K \leq K_{ISCC} \quad da/dt \approx 0$ $K > K_{ISCC} \quad da/dt = F(K)$
	延性破壞	$\delta, J$	$\delta, J_{IC}$ $dJ_{mat}/da$	$\delta = \delta_1$ 或 $J = J_{IC}$ $dJ_{mat}/da > dJ_{app}/da$ (延性安定破壞發生)
				$\delta = \delta_1$ 或 $J = J_{IC}$ $dJ_{mat}/da \leq dJ_{app}/da$ (延性不安定破壞發生)

### 1-3 研究目的及方法

本研究為延續國科會(87 年)電力產業學術合作研究報告(計畫編號 NSC87-TPC-E-004)[7]對於靜不定龜裂管結構物的解析，以作為電廠管路結構裂化的健全性評估及改善。

第二章對於龜裂部為貫穿及未貫穿的兩種靜不定龜裂管結構，採用極限解析及彈塑性破壞力學的綜合解析手法，以強制變位的方式逐步解析其隨著龜裂進展，龜裂部回轉角 $\phi$ -變位  $H$  以及龜裂夾角-變位  $H$  之間的關係，並對於龜裂結構影響因子如  $J$  積分及  $dJ/da$  值進行探討，以解析出兩種不同龜裂情形下的管結構物所造成塑性崩壞行為並比較其差異性。

第三章對於存在貫穿龜裂及未貫穿龜裂的靜不定龜裂管結構物，以延性不安定破壞中  $J$ - $R$  曲線的理論，對於決定延性不安定破壞或延性安定破壞的關鍵結構因子，即龜裂進展抵抗值  $dJ/da$  進行探討，並依據不安定破壞的特性，設計求得不會產生延性不安定破壞的最小  $dJ/da$  的方法，以作為結構安全設計評估的參考。

第四章對於承受外加荷重的靜不定及靜定龜裂管結構物，分析其隨著裂縫開始延伸，而應力強度漸增時裂縫增長速率的變化，以進一步評估結構物開始損壞至崩壞為止所需時間，作為電廠管路系

裂縫龜裂進展壽命之參考。

第五章利用已完成的靜不定管結構物進行解析，包含中央點龜裂及固定端龜裂這兩部份的彈塑性解析所得的崩壞荷重以及崩壞變位的關係式，作為最佳化設計的主要限制條件，以最小化體積及最小化龜裂進展抵抗  $dJ/da$  作為結構設計的目標函數。其中最小化體積可作為結構設計的參考，而最小化龜裂進展抵抗  $dJ/da$  的設計將有助於延長龜裂進展至崩壞的時間，對於結構的設計將有實質的助益。

## 第二章 承受地震變位的塑性崩壞行為

### 2-1 地震變位分析之目的

當地震發生時，結構物常受地震的影響而造成變形，視地震的強弱，結構物的變形量有不同的情形，這些受地震而造成的變形量稱為強制變位[8]。在弱震時，結構物的變形量通常在彈性範圍之內，當地震停止後，均能恢復原狀而無損害。中震時，結構物之變形量已超出彈性範圍，結構物的若干有限區域已經達到非彈性狀態，且其變形量亦大至使結構物損害，當地震停止時，結構物有永久變位但仍不至崩壞。在強震發生時，結構物在大規模塑性變形下，在結構物的一些特定位置，例如配管之端部形成塑性鉸(Plastic Hinge)，而當變形量大至使結構物完全塑性時，則結構物會崩壞。而目前，對於原本即存在龜裂的靜不定結構物如管結構，因地震變位而造成其龜裂進展至崩壞為止的塑性崩壞行為仍不十分明瞭。

本研究對於龜裂部為貫穿及未貫穿的靜不定龜裂管結構物，採用極限解析及彈塑性破壞力學的綜合解析手法，以強制變位的方式逐步解析其隨著龜裂進展，龜裂部回轉角 $\phi$ -變位  $H$  以及龜裂夾角-變位  $H$  之間的關係，並對於影響龜裂結構的破壞因子如  $J$  積分及  $dJ/da$  值進行探討，

以解析出兩種不同龜裂情形下的管結構物所造成的塑性崩壞行為，LBB 特性及其差異性，以建立管路劣化的健全性評估及進一步提高電廠管路系的結構完整性之參考依據。

## 2-2 解析方法

### 2-2.1 建立解析模型

管路在強制變位之後，管路模擬自由體圖，表示成圖 2-1。依照配管截面龜裂的情形，分為貫穿龜裂及未貫穿龜裂兩種，如圖 2-2(a)及(b)所示。在圖 2-1 中， $M_A$  為固定端 A 點的彎矩， $M_B$  為固定端 B 點의彎矩， $R_A$  為固定端 A 點的支持反力， $R_B$  為固定端 B 點的支持反力， $H$  為 A、B 兩點地震後的變位差，龜裂部位置在固定端 A 點。而圖 2-2 中，龜裂夾角為  $2\theta$ ，管壁厚度為  $t$ ，配管平均半徑為  $R$ ， $a$  為龜裂深度。而我們根據龜裂部的位置及龜裂部截面的情形，對於靜不定龜裂管結構受到強制變位的情形，完成的解析模型有以下二種模式：(1) 固定端有貫穿龜裂的管結構 (2) 固定端有未貫穿龜裂的管結構。

### 2-2.2 解析的基本理論

#### a. 增分解析手法

關於彈塑性的極限解析方法，目前較常用的有終局變形解析



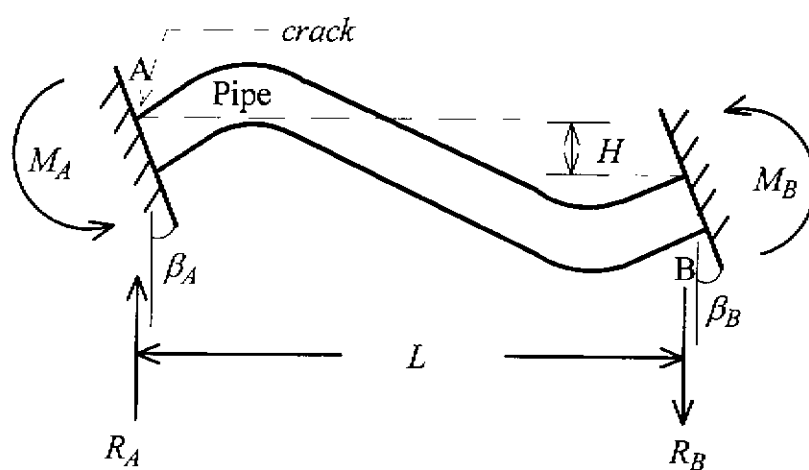
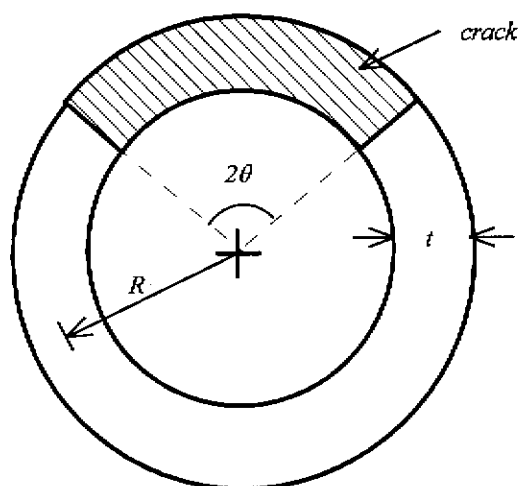
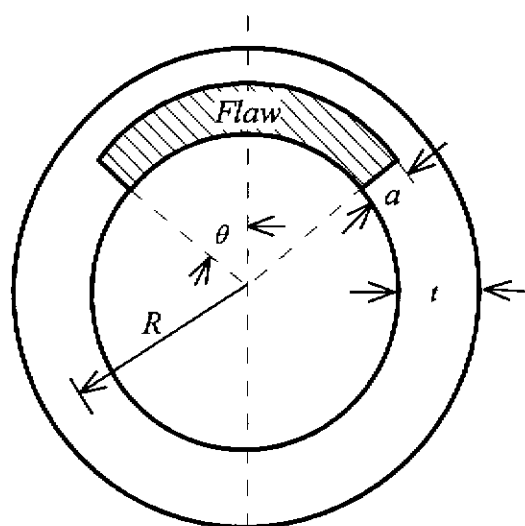


圖 2-1 受地震強制變位的管路結構模型自由體圖



(a) 貫穿龜裂



(b) 未貫穿龜裂

圖 2-2 龜裂配管截面圖

(Ultimate deformation analysis)及增分解析 (Incremental analysis) [9] 兩種。其中終局變形解析主要以最終的崩壞荷重來求得崩壞時的變位，但結構崩壞過程的塑性崩壞行為並無法得知。而增分解析手法則逐步分析結構由彈性界限至崩壞為止的荷重與變位關係，可以很清楚地瞭解結構的塑性鉸之形成情形，並可成功地結合彈塑性破壞力學  $J$  積分的觀念，來分析其龜裂進展時的荷重與變位的關係。因此在靜不定管結構進行彈塑性解析時，本研究採用增分解析手法。

#### b. Net-Section Stress 的破壞推定

配管的破壞可分為軸方向與周方向破壞兩種。對於配管的周方向破壞而言，Net-Section stress approach [2] 是常被使用的方法。對有一定內壓作用的配管施加彎曲荷重時，龜裂斷面的應力分佈如圖 2-3 所示。假定龜裂貫穿管壁厚而發生崩壞時，流動應力  $\sigma_f$  作用於龜裂斷面。為求簡單起見，假設管壁厚貫穿龜裂的中心與無龜裂時所發生的最大彎曲應變的位置一致，未貫穿龜裂的形狀為同心圓弧的矩形龜裂。由力與彎曲力矩的平衡，推導出發生配管崩壞時的彎曲力矩，亦即有龜裂時的全塑性力矩。根據無龜裂及有龜裂的情形，配管的塑性力矩值分別如下所示。

##### (1) 無龜裂的塑性力矩值 $M_p$ ：

對於無龜裂配管而言，其塑性力矩值  $M_p$  為

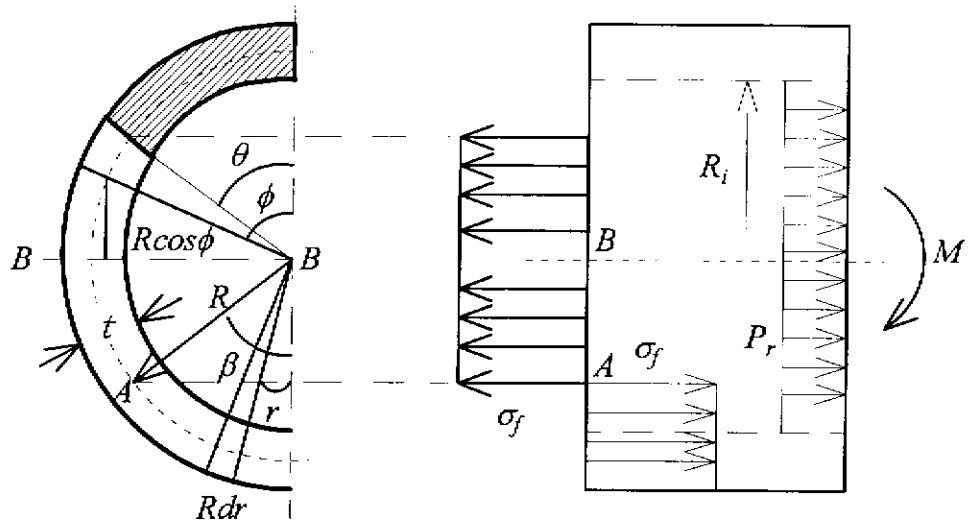


圖 2-3 周方向龜裂之配管應力分佈假定

$$M_p = 4\sigma_f R^2 t \quad (2-1)$$

(2) 有龜裂的塑性力矩值  $M_{CP}$ ：

(a) 未完全貫穿龜裂塑性力矩值  $M_{CP}$

在配管未貫穿龜裂時，發生洩漏的塑性力矩  $M_{CP}$ ， $\beta \leq \pi - \theta$ ，則

$$M_{CP} = 2\sigma_f R^2 t (2\sin \beta - x\sin \theta) \quad (2-2)$$

其中 
$$\beta = \frac{\pi - x\theta}{2} - \frac{\pi}{4} \frac{Rp_r}{t\sigma_f} \cong \frac{\pi - x\theta}{2} \quad (2-3)$$

所以得到 
$$M_{CP} = 2\sigma_f R^2 t (2\sin \beta - x\sin \theta) \quad (2-4)$$

$$= 4\sigma_f R^2 t \left( \cos \frac{x\theta}{2} - \frac{x\sin \theta}{2} \right)$$

其中  $x$  為徑向貫穿管壁的比例。

(b) 完全貫穿龜裂塑性力矩值  $M_{CP}$

當配管完全貫穿，即  $x=a/t=1$  時，龜裂部的塑性力矩值  $M_{CP}$  為：

$$M_{CP} = 4\sigma_f R^2 t \left( \cos \frac{\theta}{2} - \frac{\sin \theta}{2} \right) \quad (2-5)$$

### c. 彈塑性破壞力學的基本假定

(1) 無龜裂配管部的力矩及曲率關係，為如圖 2-4 所示的理想化模式。

即是達到全塑性力矩  $M_p$  時的配管，會形成在任意的角度下都可以形成自由旋轉的塑性鉸，如圖 2-5 所示[10]。但是，塑性鉸以外的部份是彈性範圍。

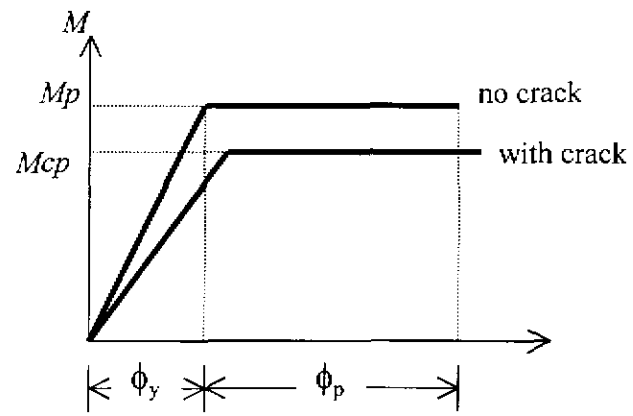


圖 2-4 力矩與曲率的假定曲線圖

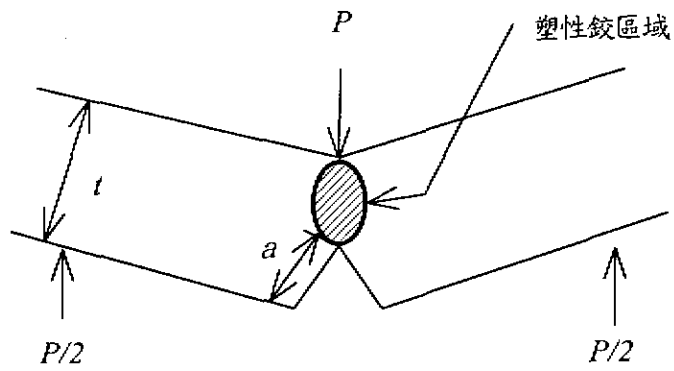


圖 2-5 塑性鉸

(2) 當龜裂材在龜裂進展解析時，如同下式計算的  $J$  積分所示，當達到  $J_{IC}$  (龜裂開始進展時的  $J$  積分值) 時，沿著  $J$ - $R$  曲線(圖 2-6，其中  $\Delta a$  表示裂紋的增加量)，於是龜裂開始進展。此外，在龜裂部截面為貫穿龜裂及未貫穿龜裂的兩種情形，其  $J$  積分值有以下兩種分別：

(a) 截面為貫穿龜裂時

$$J=J_e + J_r \quad (2-6)$$

(b) 截面為未貫穿龜裂時

$$J=J_e + J_r + J_\phi \quad (2-7)$$

其中

$$J_r = \sigma_f \phi_{pl} \left( \sin \frac{X\theta}{2} + \frac{\sin \theta}{\theta} \right) \quad (2-8)$$

$$J_\phi = \sigma_f R \phi_{pl} \left( \sin \frac{X\theta}{2} + \cos \theta \right) \quad (2-9)$$

此處的  $\phi_{pl}$  是龜裂部的塑性回轉角， $J_e$  為彈性  $J$  積分值， $J_r$  [11] 和  $J_\phi$  [12] 各別是半徑方向和圓周方向的  $J$  積分值。由於彈性變形之故， $J$  積分  $J_e$  值是根據 Rajab-Zahoor 所提出的式子[13] 計算得來。另外，本研究中所用的  $J$ - $R$  曲線，忽略龜裂的鈍化直線，所採用的龜裂進展抵抗  $dJ/da$  假設是直線(參照圖 2-6)。

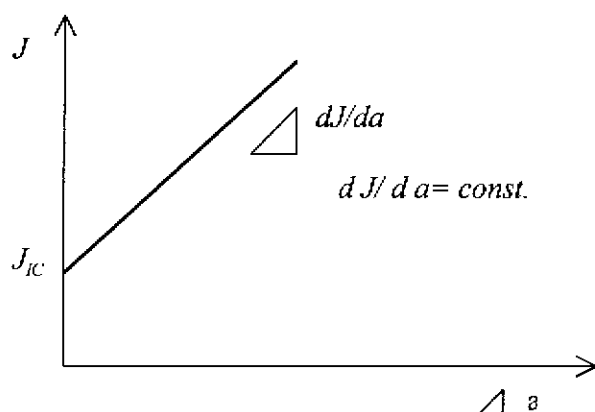


圖 2-6 J-R 線

### 2-3 解析例

分析過程是採用極限解析手法( Limit analysis theory)及彈塑性破壞力學(Elastic-plastic fracture mechanics)的綜合解析方法，使用柔度(Compliance) 及  $J$  積分的觀念，針對龜裂管結構作為彈塑性力學解析。至於柔度的使用，在分析過程中，得到以下的關係。具有龜裂的配管，在龜裂部的回轉角  $\phi$  值，以本例而言，也就是固定端的回轉角  $\phi$  值，可由該點所受的力矩  $M$  以及配管的彎曲柔度  $\lambda$  [14] 計算得到，而彎曲柔度  $\lambda$  可以無因次化的  $\lambda'$  表示，則在固定端 A 點的回轉角  $\phi_A$  與 A 點所受的力矩  $M_A$  有以下關係：

$$\phi_A = \lambda M_A = \frac{L \lambda' M_A}{3EI} \quad (2-10)$$



其中  $E$  為楊氏模數， $I$  為慣性矩。固定端有貫穿龜裂的靜不定管結構受到地震產生強制變位的情形，經由解析得到其塑性鉸的形成順序有(1)  $A \rightarrow B$  及(2)  $B \rightarrow A$  兩種。而因為其解析步驟皆相同，以下就以塑性鉸形成順序為  $A \rightarrow B$  的情形進行說明。

另外，關於龜裂開口面積  $S$  值的計算 [15]，是由回轉角計算得來，其關係式如下：

$$S = 2R^2\phi_A(\theta \sin \frac{\theta}{2} + \sin \theta) \quad (2-11)$$

### 2-3.1 解析過程

#### a. 彈性荷重變形行為解析

本部分的解析，主要求得配管在形成第一塑性鉸時， $A$  點回轉角  $\phi_A$  與  $A$ 、 $B$  兩點變位值  $H$  的關係式。塑性鉸的形成順序如圖 2-1 的  $A \rightarrow B$  的情況下，配管的平均半徑為  $R$ ，管材肉厚為  $t$ ，配管跨距長為  $L$ ，當數值解析計算時，則代入  $\sigma_f = 400 \text{ MPa}$ ， $R = 77 \text{ mm}$ ， $t = 11 \text{ mm}$  及  $L = 3000 \text{ mm}$ 。

接著計算無龜裂管結構的全塑性力矩值以及有龜裂管結構的全塑性力矩值，由式(2-4)及式 2-5)可得：

$$M_p = 4\sigma_f R^2 t \quad M_{cp} = 4\sigma_f R^2 t (\cos \frac{X\theta}{2} - \frac{X}{2} \sin \theta) \quad (2-12)$$

對於圖 2-1 靜不定配管進行解析，使用重疊法 (Method of superposition)

則得到:

$$M_A = \frac{6EI(3H + 2L\beta_A + L\beta_B)}{L^2(3 + 4\lambda')} \quad (2-13)$$

$$M_B = \frac{6EI[3H + L\beta_A + 2L\beta_B + 2\lambda'(H + L\beta_B)]}{L^2(3 + 4\lambda')} \quad (2-14)$$

$$R_A = \frac{6EI}{L^2} \left[ \frac{(3 + 2\lambda')(3H + 2L\beta_A + L\beta_B)}{(3 + 4\lambda')} - (H + L\beta_A) \right] \quad (2-15)$$

$$R_B = R_A \quad (2-16)$$

其中， $\beta_A$  及  $\beta_B$  分別為 A 及 B 兩端受強制變位產生的初始回轉角。判斷 A、B 這兩點哪一點最先形成全塑性力矩。而依照這兩點有無龜裂的情形，可以得到 A、B 這二點形成塑性鉸的條件為：

$$M_A = M_{CP}, \quad M_B = M_P \quad (2-17)$$

由式(2-17)的關係，將前面式(2-12)所計算得到的  $M_P$  及  $M_{CP}$  值，代入式(2-13)、(2-14)則可得到 A、B 兩點形成塑性鉸所需的 A、B 兩點變位值 H。而變位值 H 最小者的點即為形成第一塑性鉸的點，變位值 H 次小者的點即為形成第二塑性鉸的點。以本例而言，第一塑性鉸在固定端 A 點形成，也就是 A 點已全部塑性化，所以第一塑性鉸形成，其形成條件如下所示：

$$M_A = M_{AP} = M_{CP} \quad (2-18)$$

此時變位值  $H_1$ ，A 點的回轉角  $\beta_{A1}$ ，B 點的回轉角  $\beta_{B1}$ ，則力學模型自由體圖可視為圖 2-7。其中，A 端因形成塑性鉸可當作一有全

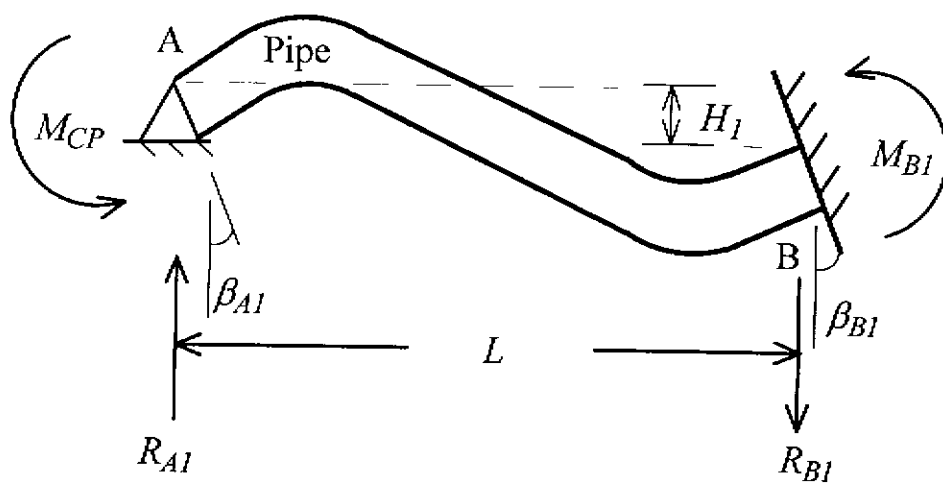


圖 2-7 第一塑性鉸形成時的配管自由體圖

塑性力矩之支持端。以重疊法求得 A、B 兩點變位值  $H_1$ :

$$H_1 = \frac{1}{3} \left[ \frac{L^2(3 + 4\lambda')M_{CP}}{6EI} - L\beta_{B1} - 2L\beta_{A1} \right] \quad (2-19)$$

其中  $\beta_{A1}$  等於  $\phi_{A1}$ 。

#### b. 形成第二塑性鉸的變形行為解析

本部分的解析，主要求得配管在第一塑性鉸形成後至第二塑性鉸形成前時，A 點回轉角  $\phi_A$  與 A、B 兩點變位值  $H$  的關係式。

A 點已形成塑性鉸，也就是其力矩值已形成全塑性力矩  $M_p$ ，一般而言，A 端因已形成全塑性力矩，A 點的力矩塑性鉸形成後，當增加變位  $\Delta H_2$  時，A、B 兩點的支持力變化量各為  $\Delta R_{A2}$ 、 $\Delta R_{B2}$ ，而隨著龜裂進展 A 點的全塑性力矩減少量及 B 點的力矩增加量各為  $\Delta M_{CP}$ 、 $\Delta M_{B2}$ ，其力學模型自由體圖可表示如圖 2-8。而以重疊法計算得到，強制變位變化量  $\Delta H_2$  及 A 點回轉角變化量  $\Delta \phi_{A2}$  為：

$$\Delta H_2 = \frac{2L}{3} \Delta \phi_{A2} - \frac{L}{3} \Delta \beta_{B2} + \frac{L^2}{6EI} \Delta M_{CP} \quad (2-20)$$

$$\Delta \phi_{A2} = -\Delta \beta_{B2} - \frac{L^2}{2EI} \Delta R_{B2} - \frac{L}{EI} \Delta M_{CP} \quad (2-21)$$

B 點形成第二塑性鉸的形成條件為：

$$M_p = M_{B1} + \Delta M_{B2} \quad (2-22)$$

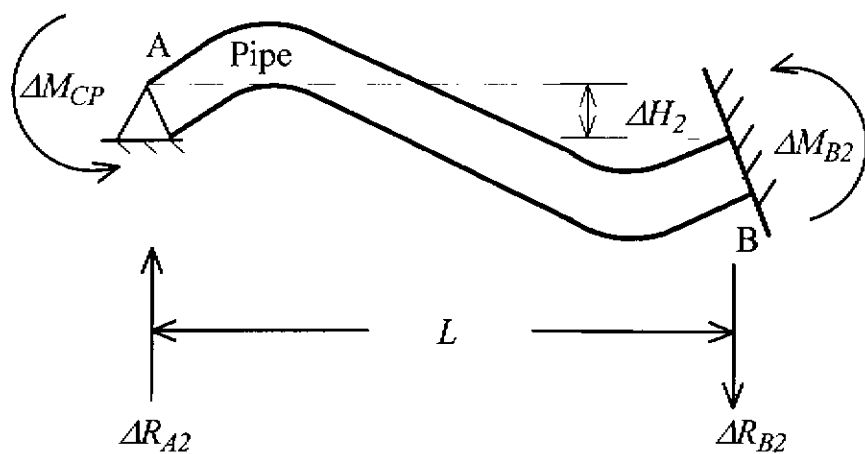


圖 2-8 第一塑性鉸形成後的配管自由體圖

### c. 崩壞機構形成後的變形行為解析

本部分的解析，主要求得配管在第二塑性鉸形成後，也就是崩壞機構形成後，A 點回轉角 $\phi_A$ 與 A、B 兩點變位值 H 的關係式。崩壞機構形成後，B 點的支持力變化量 $\Delta R_B$ 以及隨著龜裂進展的全塑性力矩變化量 $\Delta M_{CP}$ 有以下關係式：

$$\Delta R_B = \frac{\Delta M_{CP}}{L} \quad (2-23)$$

另外，崩壞機構形成後的 $\phi_A$ 及變位 H 的變化量 $\Delta\phi_A$ 、 $\Delta H$ ，可由塑性鉸形成的回轉機構所產生的變化量 $\Delta\phi_A'$ 、 $\Delta H'$ 以及配管左側因彈性變形而產生的變化量 $\Delta\phi_A''$ 、 $\Delta H''$ 計算求得，其關係式如下所示：

$$\Delta H = \Delta H' + \Delta H'' \quad (2-24)$$

$$\Delta\phi_A = \Delta\phi_A' + \Delta\phi_A'' \quad (2-25)$$

其中 $\Delta\phi_A'$ 及 $\Delta H'$ 有以下關係：

$$\Delta H' = L\Delta\phi_A' \quad (2-26)$$

而 $\Delta\phi_A''$ 、 $\Delta H''$ 是由於全塑性力矩 $\Delta M_{CP}$ 的變化量而產生的彈性變形，

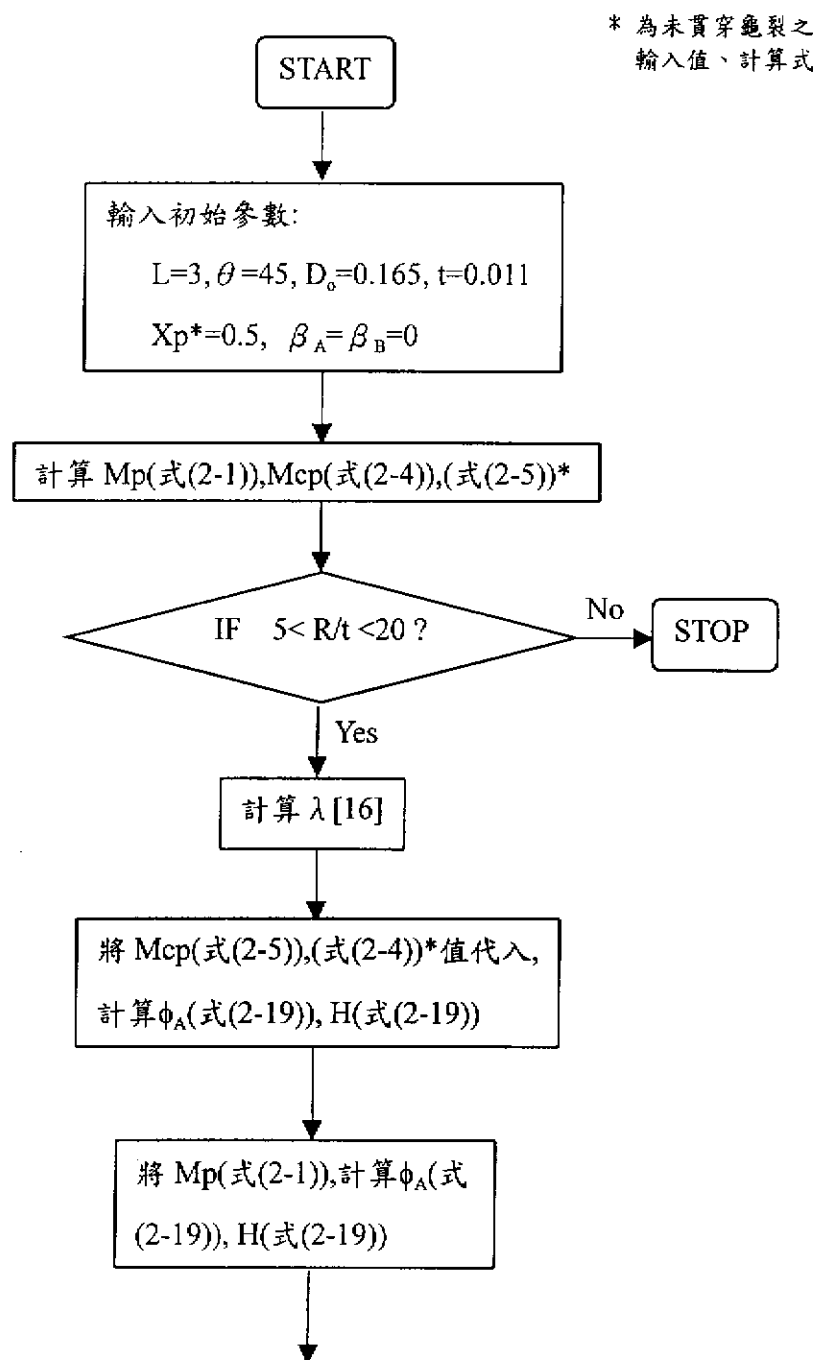
其有以下關係式：

$$\Delta\phi_A'' = \frac{-L\Delta M_{CP}}{3EI} \quad (2-27)$$

$$\Delta H'' = L\Delta\phi_A'' \quad (2-28)$$

### 2-3.2 數值解析流程

以下為本章靜不定龜裂管結構強制變位數值解析流程圖



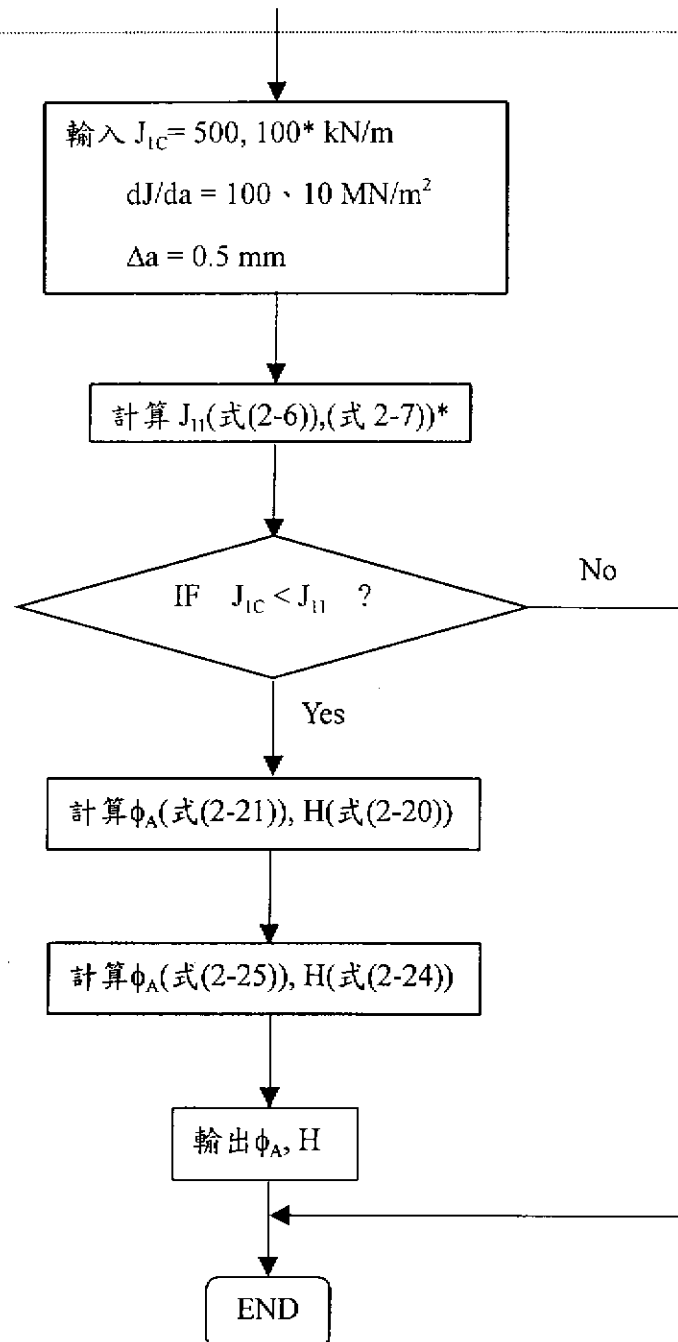


圖 2-9 靜不定龜裂管結構強制變位數值解析流程圖



### 2-3.3 結果與比較

解析結果圖如下所示,其中圖 2-10、2-11 分別為固定端有貫穿龜裂的靜不定管結構龜裂進展的回轉角 $\phi_A$ -變位  $H$  關係圖與龜裂夾角 $\theta$ -變位  $H$  關係圖,圖 2-12 及 2-13 分別為固定端有未貫穿龜裂的靜不定管結構龜裂進展的回轉角 $\phi_A$ -變位  $H$  關係圖與龜裂夾角 $\theta$ -變位  $H$  關係圖,圖 2-14 為固定端有貫穿龜裂的靜不定管結構龜裂進展的開口變位面積  $S$ -變位  $H$  關係圖。

關於受地震強制變位的靜不定龜裂管結構幾種解析例的結果圖,有以下說明:

- 1) 圖 2-10 及 2-11 為在固定端有貫穿龜裂的靜不定配管的解析結果。共同輸入的初始參數為配管跨距長  $L = 3\text{m}$ , 龜裂的夾角  $2\theta = 90^\circ$ , 初始  $A, B$  兩點回轉角  $\beta_A, \beta_B$  為零, 彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  固定在  $500 \text{ kN/m}$ 。其中, 圖 2-10 為龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後, 所得到的回轉角 - 變位曲線圖,  $A \rightarrow B$  的斜直線為無龜裂進展時, 配管逐漸形成全塑性的回轉角 - 變位關係, 而(1)、(2)等記號則為龜裂進展時, 配管逐漸形成全塑性的回轉角 - 變位關係曲線。而圖 2-11 為龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後, 所得到的龜裂夾角-變位曲線圖, 其中(a)、(b)

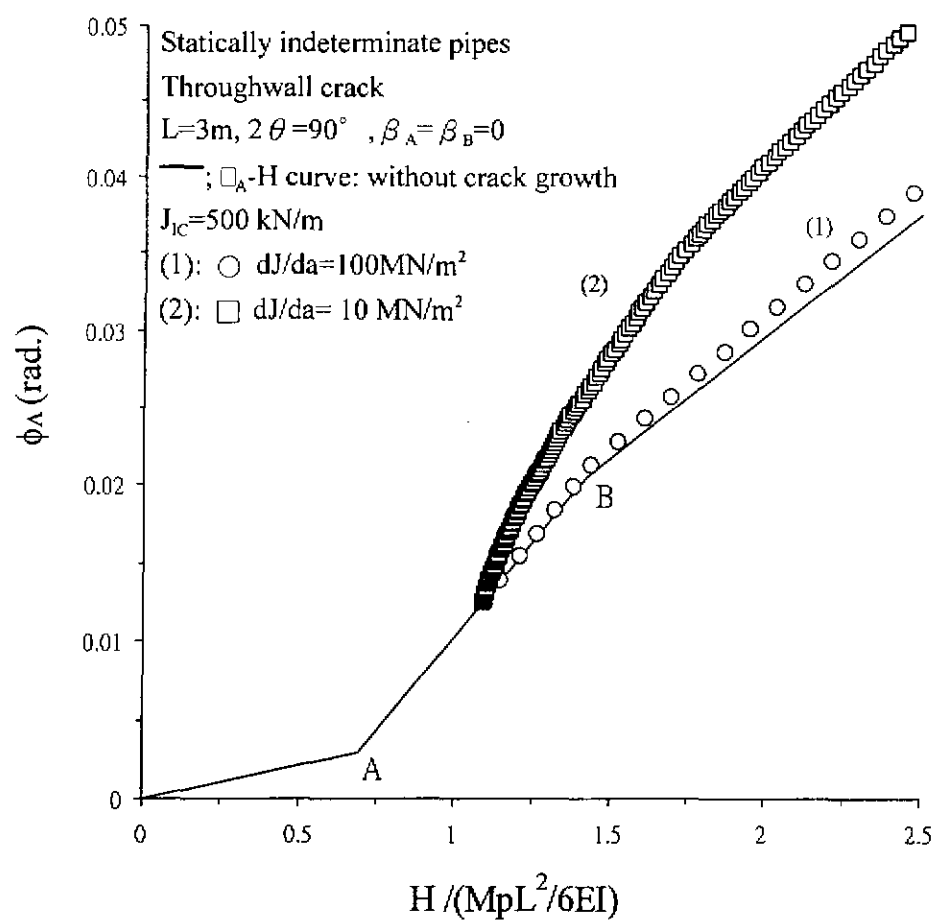


圖 2-10 配管左端有貫穿龜裂的靜不定配管 $\phi_A$ -H 線圖

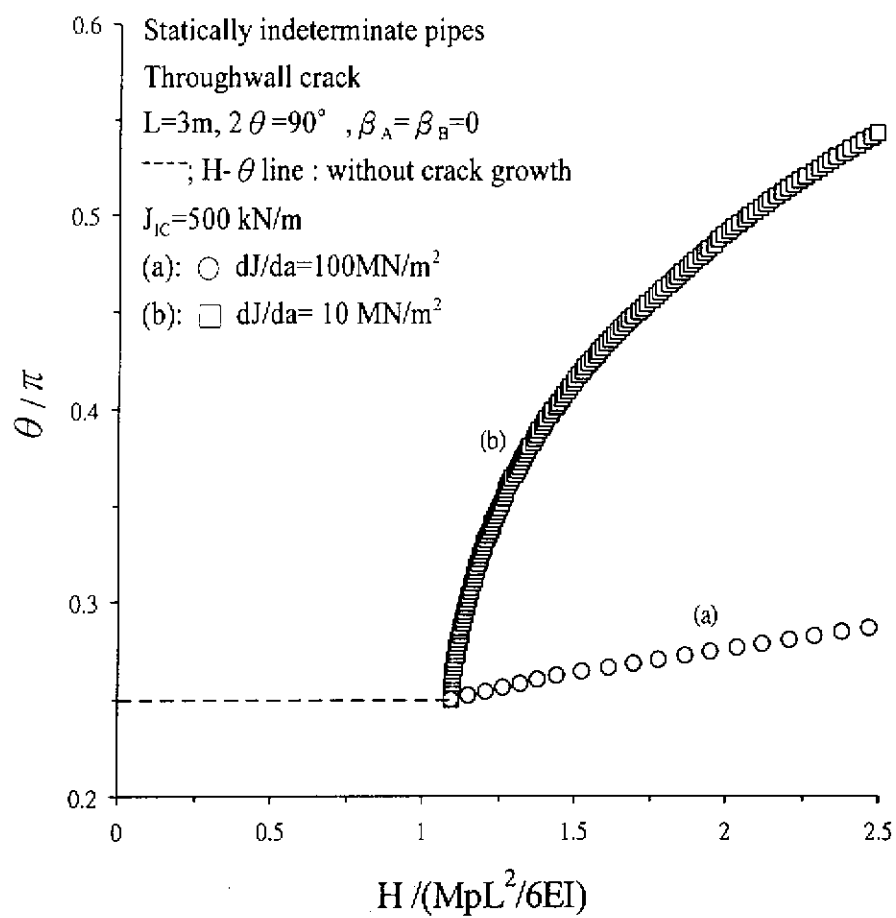


圖 2-11 配管左端有貫穿龜裂的靜不定配管  $\theta$ -H 線圖

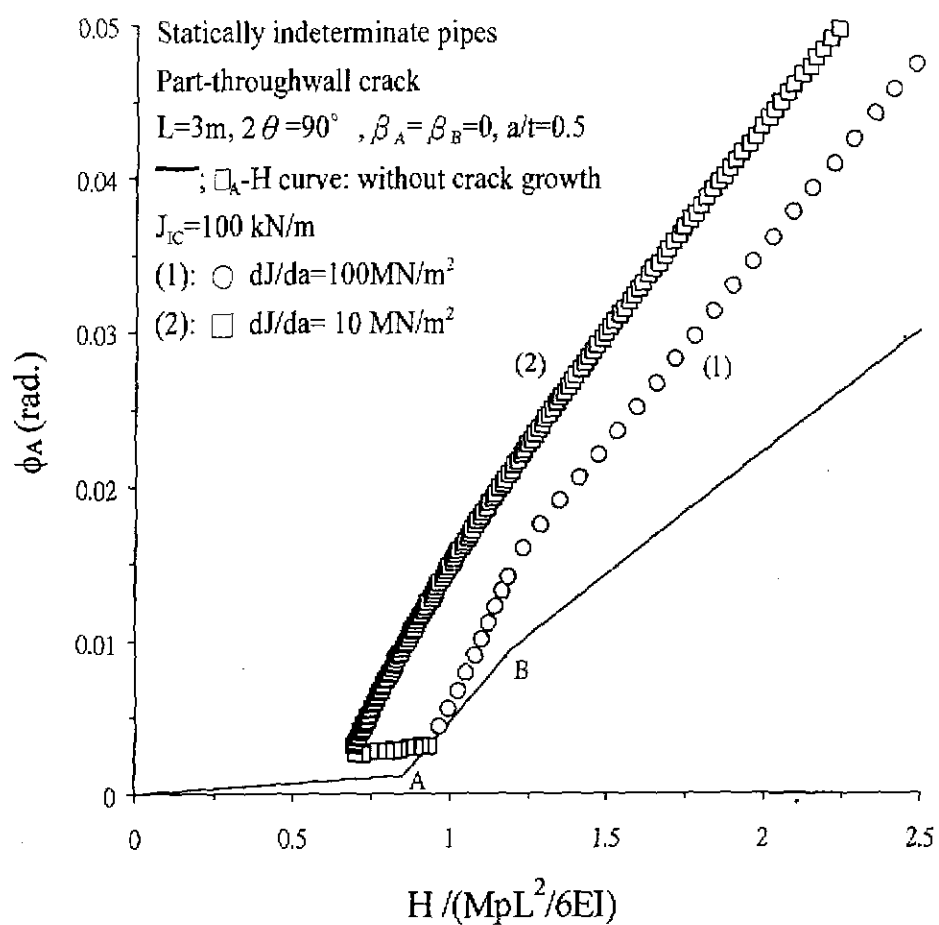


圖 2-12 配管左端有未貫穿龜裂的靜不定配管 $\phi_A$ -H 曲線圖

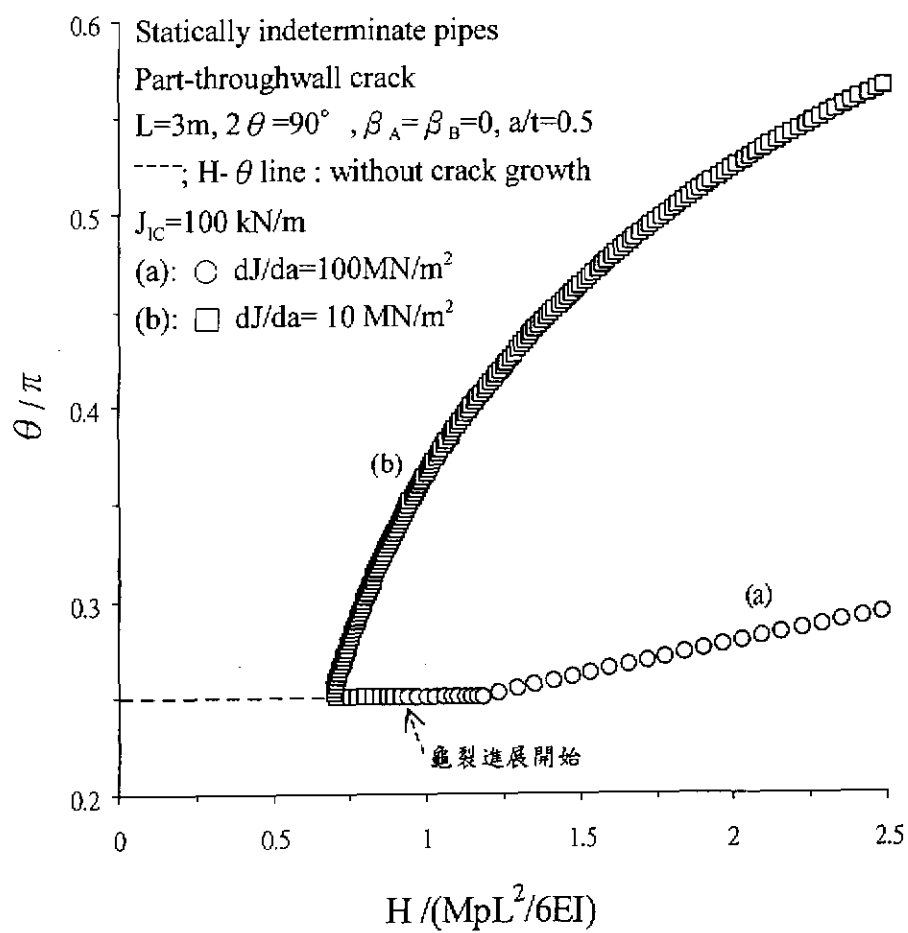


圖 2-13 配管左端有未貫穿龜裂的靜不定配管  $\theta$ -H 曲線圖

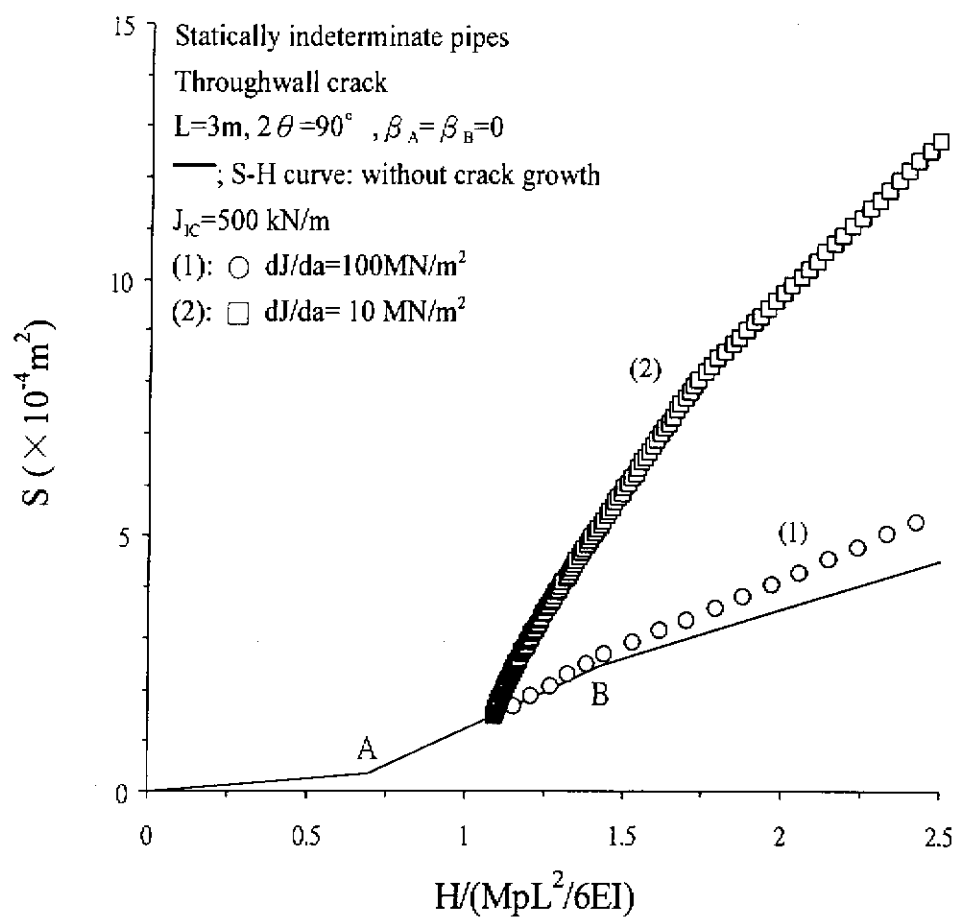


圖 2-14 配管左端有貫穿龜裂的靜不定配管 S-H 曲線圖

等記號即為為龜裂進展時，配管逐漸形成全塑性的龜裂夾角-變位關係曲線。

圖 2-12 及 2-13 為在固定端有未貫穿龜裂的靜不定配管的解析結果。共同輸入的初始參數為配管跨距長  $L = 3\text{m}$ ，龜裂的夾角  $2\theta = 90^\circ$ ，初始 A，B 兩點回轉角  $\beta_A$ ， $\beta_B$  為零，徑向貫穿比  $a/t = 0.5$ ，彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  固定在  $100 \text{ kN/m}$ 。其中，圖 2-12 為龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後，所得到的回轉角 - 變位曲線圖，A→B 的斜直線為無龜裂進展時，配管逐漸形成全塑性的回轉角 - 變位關係，而(1)、(2)等記號則為龜裂進展時，配管逐漸形成全塑性的回轉角 - 變位關係曲線。而圖 2-13 為龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後，所得到的龜裂夾角 - 變位曲線圖，其中(a)、(b)等記號即為為龜裂進展時，配管逐漸形成全塑性的龜裂夾角-變位關係曲線。

- 2) 圖 2-14 為在固定端有貫穿龜裂的靜不定配管的解析結果。其中，輸入的參數為配管跨距長  $L = 3\text{m}$ ，龜裂夾角  $2\theta = 90^\circ$ ，初始 A，B 兩點回轉角  $\beta_A$ ， $\beta_B$  為零，彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  固定在  $500 \text{ kN/m}$ ，龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後，所得到的開口變位面積 - 變位曲線圖；其中，A→B 的斜直線為無龜裂進展時，配管逐漸形成全塑性的龜裂開口面積 - 強制變位關係曲線，而(1)、(2)等記號則為龜裂進展時，

配管逐漸形成全塑性的龜裂開口面積－強制變位關係曲線。

由本章靜不定龜裂管結構解析的結果，有以下幾個發現：

- 1) 由靜不定龜裂管結構解析例的結果圖，如圖 2-10 塑性鉸形成順序為 A→B 的折線，隨著塑性鉸的形成而回轉角與變位的斜率減少再上昇的的情形，這是由於配管力矩再分配的結果。
- 2) 由靜不定龜裂管結構解析例的結果圖 2-10，2-12 及 2-14 的龜裂進展的分佈情形可以得知，在龜裂部 A 點形成塑性鉸之後，龜裂進展情形才會發生。
- 3) 由靜不定龜裂管結構解析例的結果圖 2-10 中(1)、(2)記號的曲線觀察得知，在  $dJ/da=10\text{MN}/\text{m}^2$  的狀況下，龜裂進展剛發生時，回轉角增加的梯度比  $dJ/da=100\text{MN}/\text{m}^2$  的狀況大。同樣的，在圖 2-11 中(a)、(b)記號的曲線觀察得知，在  $dJ/da=10\text{MN}/\text{m}^2$  的狀況下，龜裂進展剛發生時，龜裂夾角增加的梯度比  $dJ/da=100\text{MN}/\text{m}^2$  的狀況大。由此得知，在龜裂進展時， $dJ/da$  值愈小則回轉角及龜裂夾角增加梯度愈大。
- 4) 由靜不定龜裂管結構解析例的結果圖 2-12 中(1)、(2)記號的曲線觀察得知，在  $dJ/da=10\text{MN}/\text{m}^2$  的狀況下，龜裂進展剛發生時，由未貫穿至貫穿時，變位及回轉角皆減少，但一旦貫穿後，則變位及回轉角皆增加。但在  $dJ/da=100\text{MN}/\text{m}^2$  的狀況下，龜裂進展剛發生時，由未貫穿至貫穿時，



變位及回轉角皆增加，而貫穿後，變位及回轉角皆增加。而圖 2-13 亦有同樣的情形。這種在  $dJ/da$  值很小的情形下，使得變位及回轉角減少的情形，經分析得知其為延性不安定破壞。

- 5) 由靜不定龜裂管結構解析例的結果圖 2-14 中(1)、(2)記號的曲線觀察得知，在  $dJ/da=10\text{MN}/\text{m}^2$  的狀況下，龜裂進展剛發生時，龜裂開口面積增加的梯度比  $dJ/da=100\text{MN}/\text{m}^2$  的狀況大。所以， $dJ/da$  值的大小亦影響龜裂開口面積增加的情形。
- 6) 作為 LBB 設計對象的配管系限界條件有以下兩點。(1)耐荷重性能減少，(2)內容物洩漏量達到臨界值，而點(1)在上期(87)年國科會電力科技產業學術合作研究計劃，已經解析出受等分佈荷重的靜不定配管在塑性鉸形成後，隨著龜裂進展其耐荷重能力並不會減少。而關於點(2)內容物洩漏量達到臨界值這樣的條件，則有正確評價龜裂開口面積的必要性，而本研究所提出對於貫穿龜裂的靜不定配管隨龜裂進展的龜裂開口面積解析，有助於了解配管破斷前洩漏的情形。
- 7) 本研究採用極限解析方法及彈塑性破壞力學的綜合解析手法，成功地解析出承受強制變位的靜不定龜裂管結構物，所造成的塑性崩壞行為、LBB 特性及荷重情形，並對於影響結構的破壞因子，如彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  及龜裂進展抵抗  $dJ/da$  的影響進行評估。

- 8) 本研究成功地解析出  $dJ/da$  過小而造成延性不安定破壞的現象  
。對於靜不定配管系的延性不安定破壞行為及其影響因子都可以很容易  
而且定量地評價出。

## 第三章 延性不安定破壞現象

### 3-1 延性不安定破壞之定義

在一連續漸增的荷重作用下，破壞可能為脆性破壞 (Brittle fracture) 或者是伴隨塑性變形的延性破壞 (Ductile fracture)。而延性破壞所需的塑性變形量在某些情形下可能非常小，即只消耗很小的能量，依照延性破壞的進展情形，可分為延性安定破壞及延性不安定破壞兩種。而關於延性破裂的安定與不安定進展，主要依據延性破壞力學的 R 曲線理論[2]為基礎，討論構造要素的變形，從與荷重剛性的關係來判斷破壞為安定或不安定進展。而延性安定破壞的理論，即假設非線性彈性體裂縫成長單位長度時，供給形成破裂面的能量小於形成破裂面所必要的能量時，則龜裂進展過程中除形成破面外，並無能量逸失而達到能量平衡，這種情形時，則隨著龜裂進展，材料的荷重能力會隨著變位的增加而增加，對結構的安全性而言，並不會有立即的影響。相反地，延性不安定破壞的理論，即假設非線性彈性體裂縫成長單位長度時，供給形成破壞面的能量大於形成破壞面所必要的能量時，則多餘的能量就會轉換為動能而加速龜裂進展，使得即使不增加荷重龜裂也會持續進展，且隨著龜裂的進展，其荷重能力也會下降，因此，當結構物產生延性不安定破壞時，龜裂進展速度增加不僅會加速結構物的破壞且使得其荷重能力下降，而這

種現象對結構而言，只是加快結構物崩壞的時間而已，對結構物的安全性而言是一種很不利的情形。

因此，在本研究中，將延續台電 87 年度產學計劃報告[7]中對承受等分布荷重之靜不定龜裂管結構之研究，對於存在有貫穿龜裂及未貫穿龜裂的靜不定龜裂管結構物，以延性不安定破壞中 J-R 曲線的理論，對於決定延性不安定破壞或延性安定破壞的關鍵結構因子，即龜裂進展抵抗值  $dJ/da$  進行探討，並依據不安定破壞的特性，求得不產生延性不安定破壞的最小  $dJ/da$  的方法，以作為結構安全設計評估的依據。

## 3-2 解析方法

### 3-2.1 建立解析的模型

針對龜裂管結構作彈塑性破壞力學以及龜裂進展分析時，首先必須先認識管結構，並取一段管結構作其自由體圖，以了解其受力、荷重、力矩的分佈情形，方可進一步實施力學分析。以一般廠房或能源關聯機器的配管情形，如圖 3-1 所示。其中我們取其固定端至支架的管路部分，視為一靜不定結構。進一步我們可取其自由體圖，表示成圖 3-2。其中  $M_A$  為固定端彎矩， $M_B$  為回轉彈簧所引發生成的彎矩， $R_A$  為固定端支持反力， $R_B$  為支架支持反力， $q$  為等分布荷重， $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  分別為壓縮及回

轉彈簧係數。另外，假設管路存在有龜裂的情形，依據管截面貫穿的情形分為未貫穿龜裂及貫穿龜裂兩種，如圖 2-2 所示，其中  $R$  是平均半徑， $a$  為龜裂深度， $t$  是管材厚度，龜裂夾角為  $2\theta$ 。而依據龜裂部的位置及龜裂部截面的情形，對於承受等分佈荷重的靜不定龜裂管結構物，完成的解析模型有以下四種模式(1).中央點有貫穿龜裂的管結構，(2).中央點有未貫穿龜裂的管結構，(3).固定端有貫穿龜裂的管結構，(4).固定端有未貫穿龜裂的管結構。

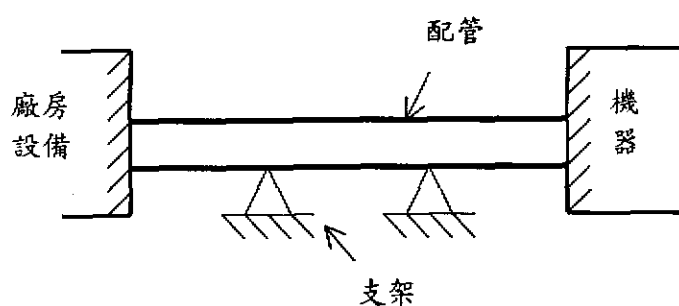


圖 3-1 廠房及關聯機器之管路

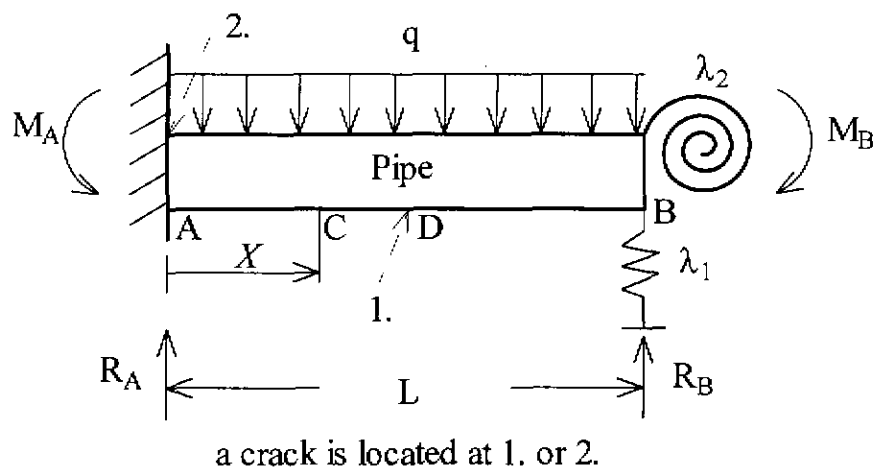


圖 3-2 靜不定龜裂管結構模型自由體圖

### 3-2.2 解析的基本理論

解析理論在前一章已說明過，以下只針對本章所使用的主要理論作說明。

#### a. 延性不安定破壞理論

對於延性不安定破壞現象形成原因的探討，主要是依據延性破壞力學的 J-R 曲線不安定理論[2]。其理論基礎為 J 積分是表示龜裂前端彈塑性應力、應變場的參數，在 ASTM E813 中，用為表示缺口前端起之延性龜裂進展開始的參數。

J 積分是龜裂長度相差單位長度的兩個非線性彈性體位能之差，在線性彈性體等於 G，由此解釋 J 積分的值是龜裂在非線性彈性體中成長至單位長度時，為形成龜裂面而供給的能量。著眼於此性質，Hutchinson 和 Paris 把 J 積分用於討論彈塑性體中龜裂進展的安定、不安定，其假設在龜裂進展過程中，若  $J_{app}$  表示形成破面所供給的能量， $J_{mat}$  表示形成破面所必須的能量，當同樣龜裂進展單位長度時， $J_{app}$  大於或等於  $J_{mat}$  時，其表示式如下：

$$\left( \frac{\partial J_{app}}{\partial a} \right) \geq \frac{dJ_{mat}}{da} \quad (3-1)$$

如滿足上示，則龜裂進展為延性不安定破壞現象。但相反地，若同樣龜裂進展單位長度時， $J_{app}$  大於  $J_{mat}$  時，即

$$\left( \frac{\partial J_{app}}{\partial a} \right) < \frac{dJ_{mat}}{da} \quad (3-2)$$

則龜裂進展為延性安定破壞現象，而  $dJ/da$  值又稱為龜裂進展抵抗值。

### 3-3 解析例

在解析的過程中，主要根據延性不安定破壞發生時耐荷重能力減少的情形，即隨著龜裂進展荷重能力的增加值  $\Delta q$  小於零的特性，因此，在求得不發生延性不安定破壞的最小龜裂進展抵抗值  $dJ/da$  值時，必須

假設隨龜裂進展的荷重能力增加值 $\Delta q$ 大於等於零，其條件式如下：

$$\Delta q \geq 0 \quad (3-3)$$

解析的模型如上節所述，有(1).中央點有貫穿裂紋的管結構，(2).中央點有未貫穿裂紋的管結構，(3).固定端有貫穿裂紋的管結構，(4).固定端有未貫穿裂紋的管結構等四種。以下分別為這四種模型的解析過程，其中假設中央點有龜裂的管結構物的塑性鉸形成順序為  $A \rightarrow D \rightarrow B$  情形，固定端有龜裂管結構物的塑性鉸形成順序為  $A \rightarrow C \rightarrow B$  情形。

### 3-3.1 解析過程

#### a. 中央點有貫穿龜裂的情形

(1). 塑性鉸形成順序為  $A \rightarrow D \rightarrow B$

因為 D 點為龜裂點，必須在龜裂點即 D 點形成塑性鉸之後結構物龜裂點才會龜裂進展，因此以本例而言，在第二塑性鉸形成之後才開始龜裂進展，而考慮龜裂進展 J 積分的組成情形，J 積分的表示式如下所示：

$$J = J_e + J_p \cong J_p \quad (3-4)$$

其中  $J_e$  為彈性 J 積分值， $J_p$  為塑性 J 積分值，而  $J_e \ll J_p$ ，所以忽略  $J_e$ 。而  $J_p$  的計算式表示如下：



$$J_p = \sigma_f R \phi_p \left[ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos \theta \right] \quad (3-5)$$

其中  $\sigma_f$  為流動應力， $R$  為配管平均半徑， $\phi_p$  為回轉角， $\theta$  為龜裂夾角。 $\phi_p$ 、 $\theta$  為變數，將式對  $\phi_p$ 、 $\theta$  微分，則

$$\begin{aligned} dJ_p &= \left( \frac{\partial J_p}{\partial \phi_p} \right) d\phi_p + \left( \frac{\partial J_p}{\partial \theta} \right) d\theta \\ &= \sigma_f R \left[ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos \theta \right] d\phi_p + \sigma_f R \phi_p \left[ \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin \theta \right] d\theta \\ &= \sigma_f R \left[ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos \theta \right] d\phi_p + \sigma_f R \phi_p \left[ \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin \theta \right] \frac{da}{R} \end{aligned} \quad (3-6)$$

另一方面，龜裂進展的 J-R 曲線斜率可表示如下

$$dJ = \frac{dJ_{mat}}{da} da \quad (3-7)$$

由式(3-6)等於式(3-7)時，可得到

$$\begin{aligned} d\phi_p &= \frac{1}{\sigma_f R \left[ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos \theta \right]} \left[ \frac{dJ_{mat}}{da} - \frac{0.5 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin \theta}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos \theta} \frac{J}{R} \right] da \\ &= \frac{2Rt}{\alpha M_p} \left[ \frac{dJ_{mat}}{da} - \beta \frac{J}{R} \right] da \end{aligned} \quad (3-8)$$

$$\text{其中 } a = \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos \theta}{2} \quad \beta = \frac{0.5 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin \theta}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos \theta}$$

由國科會(87 年)電力產業學術合作計劃[7]式(2-16)得到

$$dq = \left[ d\phi_p - 8\sigma_f R t \left( \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\theta \right) \frac{L(1 + \lambda'_1 + \lambda'_2)}{3EI} da \right] \times \frac{12EI}{L^3(1 + 6\lambda'_1 + 2\lambda'_2)} \quad (3-9)$$

將式(3-8)代入式(3-9)

$$dq = \left[ \frac{2Rt}{aM_p} \left[ \frac{dJ_{mat}}{da} - \beta \frac{J}{R} \right] - 8\sigma_f R t \left( \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\theta \right) \frac{L(1 + \lambda'_1 + \lambda'_2)}{3EI} da \right] \times \frac{12EI}{L^3(1 + 6\lambda'_1 + 2\lambda'_2)} \quad (3-10)$$

以式(3-3)為條件，即  $dq \geq 0$  代入式(3-10)

$$dq = \left[ \frac{2Rt}{aM_p} \left[ \frac{dJ_{mat}}{da} - \beta \frac{J}{R} \right] - 8\sigma_f R t \left( \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\theta \right) \frac{L(1 + \lambda'_1 + \lambda'_2)}{3EI} da \right] \times \frac{12EI}{L^3(1 + 6\lambda'_1 + 2\lambda'_2)} \geq 0 \quad (3-11)$$

由式(3-11)得到，龜裂進展抵抗值  $dJ_{mat}/da$  條件式如下：

$$\frac{dJ_{mat}}{da} \geq \frac{32\sigma_f^2 R^2 t a^2 L(1 + \lambda'_1 + \lambda'_2)}{3EI} + \beta \frac{J}{R} \quad (3-12)$$

## b. 中央點有未貫穿龜裂的情形

### (1). 塑性鉸形成順序為 $A \rightarrow D \rightarrow B$

如圖，因為 D 點為龜裂點，與靜不定中央點有貫穿龜裂的情形相同，在 D 點形成塑性鉸之後結構物龜裂點才會龜裂進展，因此以本例而言，

在第二塑性鉸形成之後才開始龜裂進展，而考慮龜裂進展  $J$  積分的組成情形， $J$  積分的表示式如下所示：

$$J = J_e + J_p \cong J_p \quad (3-13)$$

其中  $J_e$  為彈性  $J$  積分值， $J_p$  為塑性  $J$  積分值，而  $J_e \ll J_p$ ，所以忽略  $J_e$ 。而  $J_p$  的計算式表示如下：

$$J_p = \sigma_f R \phi_p \left[ \sin\left(\frac{x\theta}{2}\right) + \frac{\sin \theta}{\theta} \right] \quad (3-14)$$

其中  $\sigma_f$  為流動應力， $R$  為配管平均半徑， $\phi_p$  為回轉角， $\theta$  為龜裂夾角， $x$  為徑向貫穿比例。 $\phi_p$ 、 $\theta$  為變數，將式對  $\phi_p$ 、 $\theta$  微分，則

$$\begin{aligned} dJ_p &= \left( \frac{\partial J_p}{\partial \phi_p} \right) d\phi_p + \left( \frac{\partial J_p}{\partial \theta} \right) d\theta \\ &= \sigma_f R \left[ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos \theta \right] d\phi_p + \sigma_f R \phi_p \frac{\theta}{2} \cos\left(\frac{x\theta}{2}\right) d\theta \\ &= \sigma_f R \left[ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos \theta \right] d\phi_p + \sigma_f R \phi_p \frac{\theta}{2} \cos\left(\frac{x\theta}{2}\right) \frac{da}{t} \end{aligned} \quad (3-15)$$

另一方面，龜裂進展的  $J$ - $R$  曲線斜率可表示如下

$$dJ = \frac{dJ_{mat}}{da} da \quad (3-16)$$

式(3-15)等於式(3-16)時，可得到

$$d\phi_p = \frac{1}{\sigma_f R [\sin(x\theta/2) + \sin \theta/\theta]} \left[ \frac{dJ_{mat}}{da} - \frac{\theta \cos(x\theta/2)}{2(\sin(x\theta/2) + \sin \theta/\theta)} \frac{J}{t} \right] da$$

$$= \frac{2Rt}{\alpha M_p} \left[ \frac{dJ_{mat}}{da} - \beta \frac{J}{t} \right] da \quad (3-17)$$

其中  $a = \frac{\sin(x\theta/2) + \sin\theta/\theta}{2}$   $\beta = \frac{\cos(x\theta/2)}{2(\sin(x\theta/2) + \sin\theta/\theta)}$

由國科會(87 年)電力產業學術合作計劃[7]式(2-16)得到

$$dq = \left[ d\phi_p - 8\sigma_f R^2 \left( \theta \sin\left(\frac{x\theta}{2}\right) + \sin\theta \right) \frac{L(1 + \lambda'_1 + \lambda'_2)}{3EI} da \right] \times \frac{12EI}{L^3(1 + 6\lambda'_1 + 2\lambda'_2)} \quad (3-18)$$

將式(3-17)代入式(3-18)

$$dq = \left[ \frac{2Rt}{\alpha M_p} \left[ \frac{dJ_{mat}}{da} - \beta \frac{J}{t} \right] - 8\sigma_f R^2 \left( \theta \sin\left(\frac{x\theta}{2}\right) + \sin\theta \right) \frac{L(1 + \lambda'_1 + \lambda'_2)}{3EI} da \right] \times \frac{12EI}{L^3(1 + 6\lambda'_1 + 2\lambda'_2)} \quad (3-19)$$

以式(3-3)為條件，即  $dq \geq 0$  代入式(3-19)

$$dq = \left[ \frac{2Rt}{\alpha M_p} \left[ \frac{dJ_{mat}}{da} - \beta \frac{J}{t} \right] - 8\sigma_f R^2 \left( \theta \sin\left(\frac{x\theta}{2}\right) + \sin\theta \right) \frac{L(1 + \lambda'_1 + \lambda'_2)}{3EI} da \right] \times \frac{12EI}{L^3(1 + 6\lambda'_1 + 2\lambda'_2)} \geq 0 \quad (3-20)$$

由式(3-20)得到，龜裂進展抵抗值  $dJ_{mat}/da$  條件式如下：

$$\frac{dJ_{mat}}{da} \geq \frac{32\sigma_f^2 R^3 a^2 \theta L(1 + \lambda'_1 + \lambda'_2)}{3EI} + \beta \frac{J}{t} \quad (3-21)$$

### c. 固定端有貫穿龜裂的情形

(1) 塑性鉸形成順序為  $A \rightarrow C \rightarrow B$

因為 A 點為龜裂點，必須在龜裂點形成塑性鉸之後才會開始龜裂進展，因此，在第一塑性鉸形成後才開始龜裂進展，本部分解析方法同 a. 部分。而至崩壞機構形成為止龜裂進展的起始點可能再第一或第二塑性鉸形成後發生，因此有以下兩種狀況：

(a) 龜裂進展起始點在第一塑性鉸至第二塑性鉸之間由[7]式(2-63)得到

$$dq = \left[ \frac{48EI(1 + \lambda'_1 + \lambda'_2)}{L} d\phi_p - 8\sigma_f Rt \left( \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\theta \right) \right. \\ \left. (3 + 12 + \lambda'_1 + 4\lambda'_2(1 + \lambda'_1)) da \right] \frac{l}{L^2(1 + 16\lambda'_1 + 2\lambda'_2(1 + 4\lambda'_1))} \quad (3-22)$$

將式(3-3)、(3-8)代入式(3-22)

$$dq = \left[ \frac{96EI(1 + \lambda'_1 + \lambda'_2)}{L} \frac{Rt}{\alpha M_p} \left[ \frac{dJ_{max}}{da} - \beta \frac{J}{R} \right] - 8\sigma_f Rt \left( \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\theta \right) \right. \\ \left. (3 + 12 + \lambda'_1 + 4\lambda'_2(1 + \lambda'_1)) da \right] \frac{l}{L^2(1 + 16\lambda'_1 + 2\lambda'_2(1 + 4\lambda'_1))} \geq 0 \quad (3-23)$$

則由式(3-23)得到，龜裂進展抵抗值  $dJ_{max}/da$  條件式如下

$$\frac{dJ_{max}}{da} \geq \frac{2\sigma_f^2 R^2 t L a^2 (3 + 12 + \lambda'_1 + 4\lambda'_2(1 + \lambda'_1))}{3EI(1 + \lambda'_1 + \lambda'_2)} + \beta \frac{J}{R} \quad (3-24)$$

(b) 龜裂進展起始點在第二塑性鉸至崩壞機構形成之間

如圖 3-2，依據 C 點形成塑性鉸位置的範圍，荷重增加值有不同的計算式：

①  $0 \leq X \leq 0.5L$

由[7]式(2-66)得到

$$dq = \left[ d\phi_p - \frac{2\sigma_f R t (\sin(\theta/2) + \cos\theta)}{3EILX^2} (LX^3 + (L-X)^3 + L^4\lambda'_1 + (L-X)^2 L^2\lambda'^2_2) da \right] \frac{24ELX}{3L^4 - 8L^3X + 5L^2X^2 + 4L^3(2L-X)\lambda'_1 + 4L^2(L-X)^2\lambda'_2} \quad (3-25)$$

將式(3-3)、(3-8)代入式(3-25)

$$dq = \left[ \frac{2Rt}{\alpha M_p} \left[ \frac{dJ_{mat}}{da} - \beta \frac{J}{R} \right] - \frac{2\sigma_f R t (\sin(\theta/2) + \cos\theta)}{3EILX^2} (LX^3 + (L-X)^3 + L^4\lambda'_1 + (L-X)^2 L^2\lambda'^2_2) da \right] \frac{24ELX}{3L^4 - 8L^3X + 5L^2X^2 + 4L^3(2L-X)\lambda'_1 + 4L^2(L-X)^2\lambda'_2} \geq 0 \quad (3-26)$$

由式(3-26)得到

$$\frac{dJ_{mat}}{da} \geq \frac{8\sigma_f^2 R^2 t \alpha^2 (LX^3 + (L-X)^3 + L^4\lambda'_1 + (L-X)^2 L^2\lambda'^2_2)}{3EILX^2} + \beta \frac{J}{R} \quad (3-27)$$

②  $0.5L \leq X \leq L$

由[7]式(2-68)得到

$$dq = \left[ d\phi_p - \frac{\sigma_f R t (\sin(\theta/2) + \cos\theta)}{12ELX} (L^2 - 6LX + 16X^2 + 16(L-X)^3/L + 16L^2\lambda'_1 + 16(L-X)^2\lambda'_2) da \right] \times \frac{192EI}{L^3 - 4L^2X + 16X^3 + 16(3L+X)(L-X)^3/L + 128L^2(L-X/2)\lambda'_1 + 64L(L-X)^2\lambda'_2} \quad (3-28)$$

將式(3-3)、(3-8)代入式(3-28)

$$dq = \left[ \frac{2Rt}{\alpha M_p} \left[ \frac{dJ_{mat}}{da} - \beta \frac{J}{R} \right] - \frac{\sigma_f R t (\sin(\theta/2) + \cos \theta)}{12EILX^2} (L^2 - 6LX + 16X^2 + 16(L-X)^3/L + 16L^2\lambda'_1 + 16(L-X)^2\lambda'_2) da \right] \times \frac{192EI}{L^3 - 4L^2X + 16X^3 + 16(3L+X)(L-X)^3/L + 128L^2(L-X/2)\lambda'_1 + 64L(L-X)^2\lambda'_2} \geq 0 \quad (3-29)$$

由式(3-29)得到，龜裂進展抵抗值  $dJ_{mat}/da$  條件式如下

$$\frac{dJ_{mat}}{da} \geq \frac{\sigma_f^2 R^2 t a^2 (L^2 - 6LX + 16X^2 + 16(L-X)^3/L + 16L^2\lambda'_1 + 16(L-X)^2\lambda'_2)}{3EILX} + \beta \frac{J}{R} \quad (3-30)$$

#### d. 固定端有未貫穿龜裂的情形

(1) 塑性鉸形成順序為  $A \rightarrow C \rightarrow B$

因為 A 點為龜裂點，在龜裂點形成塑性鉸之後才會開始龜裂進展，因此，在第一塑性鉸形成後才開始龜裂進展，本部分以配管為未貫穿龜裂的情形來考量，其解法同 b. 部分。而至崩壞機構形成為止龜裂進展的起始點可能在第一或第二塑性鉸形成後發生，因此有以下兩種狀況：

(a) 龜裂進展起始點在第一塑性鉸至第二塑性鉸之間，由[7]式(2-63)得到

$$dq = \left[ \frac{48EI(I + \lambda'_1 + \lambda'_2)}{L} d\phi_p - 8\sigma_f R^2 \left( \theta \sin\left(\frac{x\theta}{2}\right) + \sin \theta \right) (3 + 12 + \lambda'_1 + 4\lambda'_2(I + \lambda'_1)) da \right] \frac{1}{L^2(I + 16\lambda'_1 + 2\lambda'_2(I + 4\lambda'_1))} \quad (3-31)$$

將式(3-3)、(3-17)代入式(3-31)

$$dq = \left[ \frac{96EI(I + \lambda'_1 + \lambda'_2)}{L} \frac{Rt}{\alpha M_p} \left[ \frac{dJ_{mat}}{da} - \beta \frac{J}{t} \right] - 8\sigma_f R^2 \left( \theta \sin\left(\frac{x\theta}{2}\right) + \sin\theta \right) \right. \\ \left. (3 + 12\lambda'_1 + 4\lambda'_2(I + \lambda'_1)) da \right] \frac{1}{L^2(I + 16\lambda'_1 + 2\lambda'_2(I + 4\lambda'_1))} \geq 0 \quad (3-32)$$

則由式(3-32)得到，龜裂進展抵抗值  $dJ_{mat}/da$  條件式如下

$$\frac{dJ_{mat}}{da} \geq \frac{2\sigma_f^2 R^3 a^2 L \theta (3 + 12\lambda'_1 + 4\lambda'_2(I + \lambda'_1))}{3EI(I + \lambda'_1 + \lambda'_2)} + \beta \frac{J}{t} \quad (3-33)$$

(b) 龜裂進展起始點在第二塑性鉸至崩壞機構形成之間

如圖 3-2，依據 C 點形成塑性鉸位置的範圍，荷重增加值有不同的計算式：

①  $0 \leq X \leq 0.5L$

由[7]式(2-66)得到

$$dq = \left[ d\phi_p - \frac{2\sigma_f R^2 (\theta \sin(x\theta/2) + \sin\theta)}{3EILX^2} (LX^3 + (L-X)^3 + L4\lambda'_1 + (L-X)^2 \right. \\ \left. L^2\lambda'^2_2 da \right] \frac{24EIX}{3L^4 - 8L^3X + 5L^2X^2 + 4L^3(2L-X)\lambda'_1 + 4L^2(L-X)^2\lambda'_2} \quad (3-34)$$

將式(3-3)、(3-17)代入式(3-34)

$$dq = \left[ \frac{2Rt}{\alpha M_p} \left[ \frac{dJ_{mat}}{da} - \beta \frac{J}{t} \right] - \frac{2\sigma_f R^2 (\theta \sin(\theta/2) + \sin\theta)}{3EILX^2} (LX^3 + (L-X)^3 + L^4\lambda'_1 \right. \\ \left. + (L-X)^2 L^2\lambda'^2_2) da \right] \frac{24EIX}{3L^4 - 8L^3X + 5L^2X^2 + 4L^3(2L-X)\lambda'_1 + 4L^2(L-X)^2\lambda'_2} \geq 0 \quad (3-35)$$



由式(3-35)得到

$$\frac{dJ_{mat}}{da} \geq \frac{8\sigma_f^2 R^3 a^2 \theta (LX^3 + (L-X)^3 + L^2 \lambda_1' + (L-X)^2 L^2 \lambda_2'^2)}{3EILX^2} + \beta \frac{J}{t} \quad (3-36)$$

②  $0.5L \leq X \leq L$

由[7]式(2-68)得到

$$dq = \left[ d\phi_p - \frac{\sigma_f R^2 (\theta \sin(x\theta/2) + \sin\theta)}{12EILX} (L^2 - 6LX + 16X^2 + 16(L-X)^3/L + 16L^2 \lambda_1' + 16(L-X)^2 \lambda_2') da \right] \frac{192EI}{L^3 - 4L^2X + 16X^3 + 16(3L+X)(L-X)^3/L + 128L^2(L-X/2)\lambda_1' + 64L(L-X)^2 \lambda_2'} \quad (3-37)$$

將式(3-3)、(3-17)代入式(3-37)

$$dq = \left[ \frac{2Rt}{\alpha M_p} \left[ \frac{dJ_{mat}}{da} - \beta \frac{J}{t} \right] - \frac{\sigma_f R^2 (\theta \sin(x\theta/2) + \sin\theta)}{12EILX^2} (L^2 - 6LX + 16X^2 + 16(L-X)^3/L + 16L^2 \lambda_1' + 16(L-X)^2 \lambda_2') da \right] \times \frac{192EI}{L^3 - 4L^2X + 16X^3 + 16(3L+X)(L-X)^3/L + 128L^2(L-X/2)\lambda_1' + 64L(L-X)^2 \lambda_2'} \geq 0 \quad (3-38)$$

由式(3-38)得到，龜裂進展抵抗值  $dJ_{mat}/da$  條件式如下

$$\frac{dJ_{mat}}{da} \geq \frac{\sigma_f^2 R^3 a^2 \theta (L^2 - 6LX + 16X^2 + 16(L-X)^3/L + 16L^2 \lambda_1' + 16(L-X)^2 \lambda_2')}{3EILX} + \beta \frac{J}{t} \quad (3-39)$$

而龜裂進展抵抗臨界  $dJ_{mat}/da$  值解析程式流程圖如圖 3-3 所示：

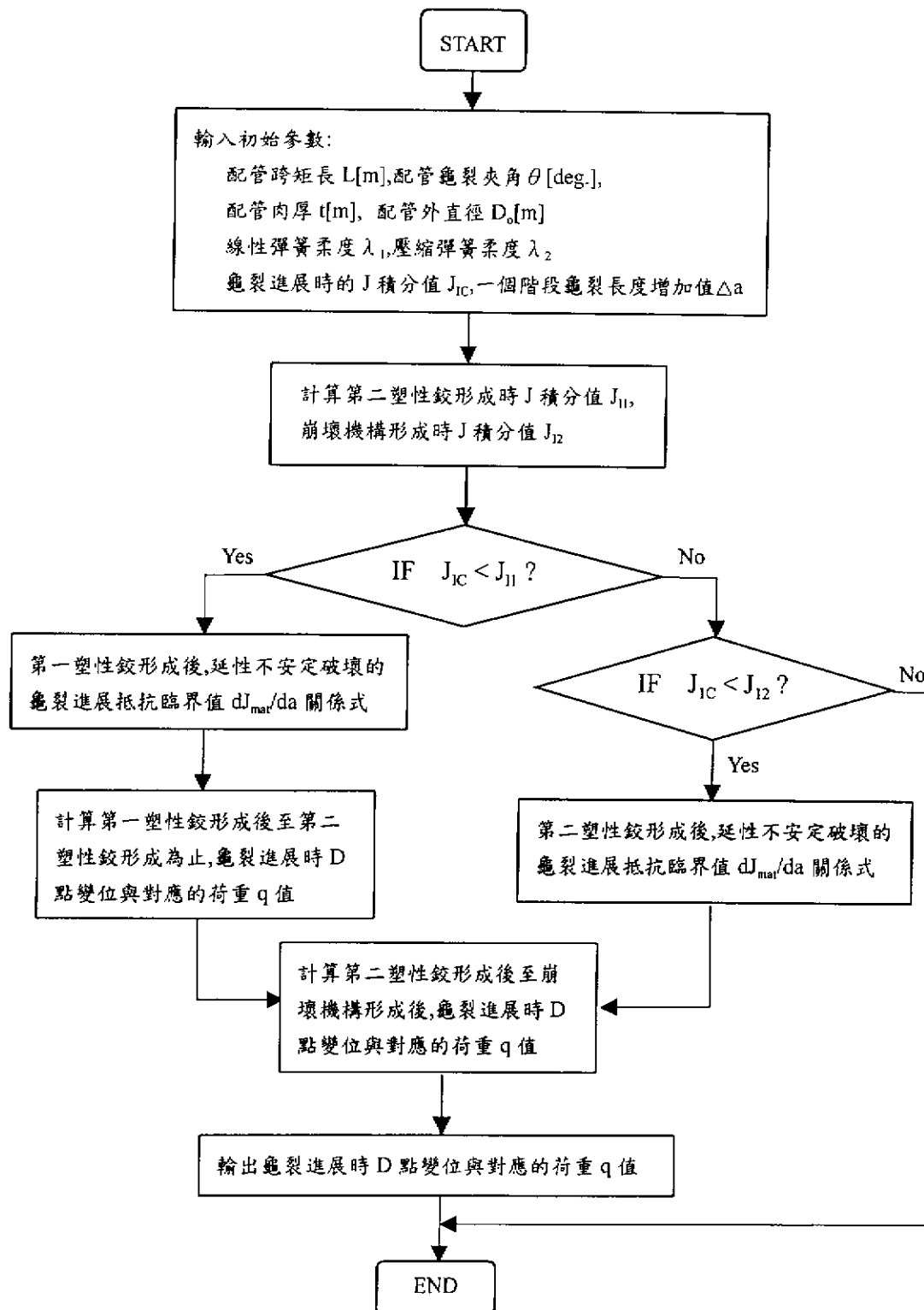


圖 3-3 靜不定龜裂管結構臨界  $dJ_{mat}/da$  值解析流程圖

### 3-3.2 數值解析流程

以下為本章靜不定龜裂管結構臨界  $dJ_{\text{mat}}/da$  值數值解析流程圖

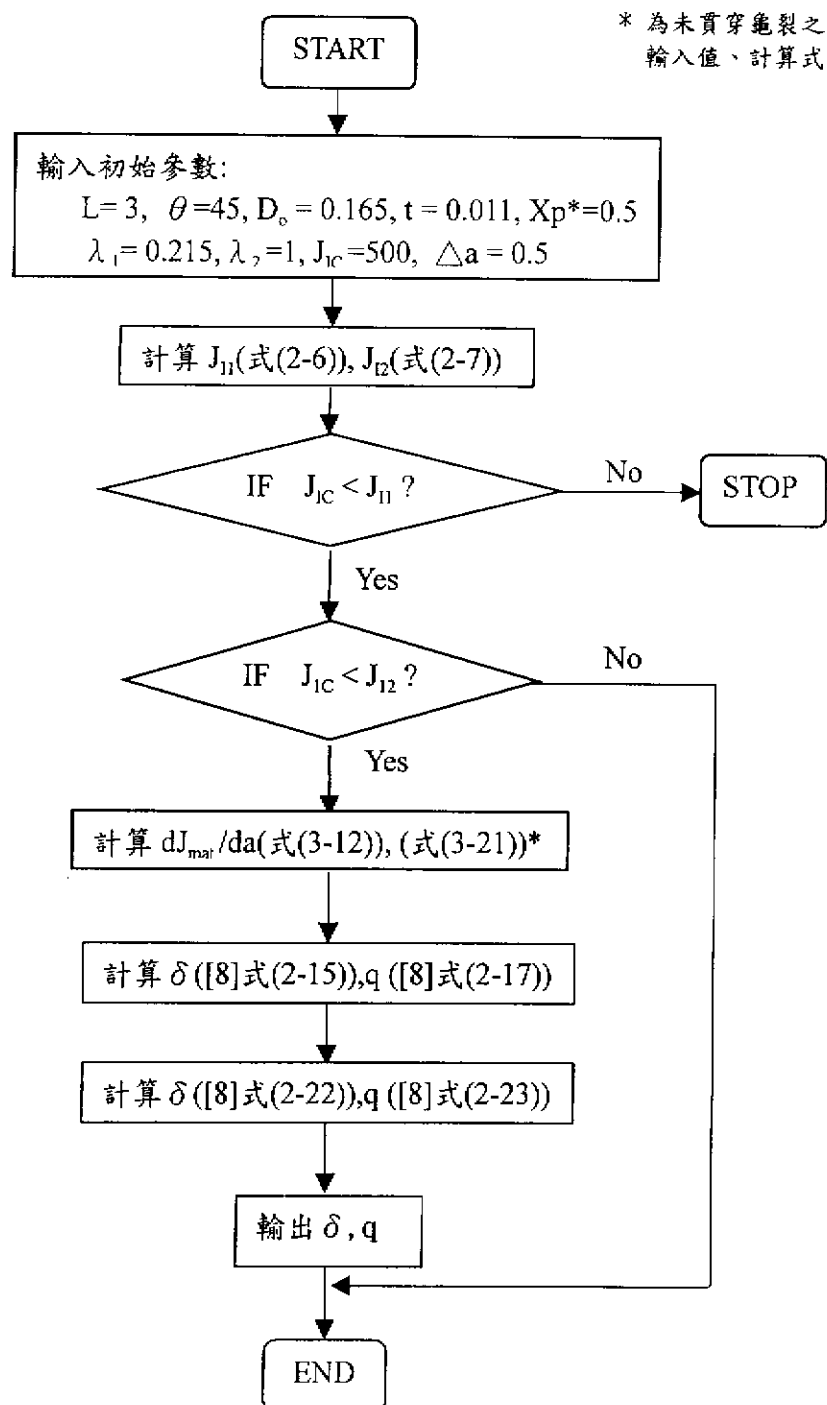


圖 3-4 中央點有龜裂管結構臨界  $dJ_{\text{mat}}/da$  值數值解析流程圖

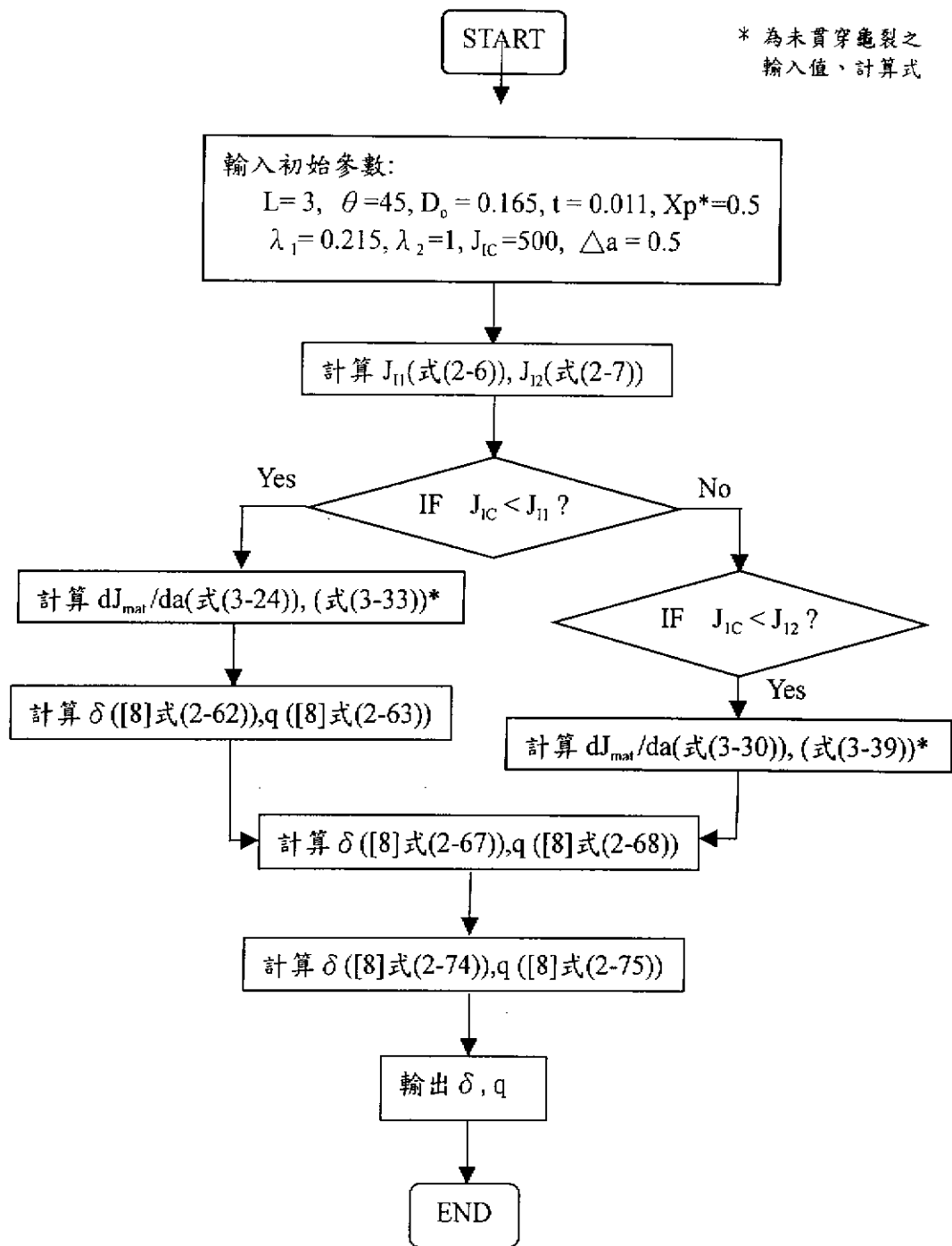


圖 3-5 固定端有龜裂管結構臨界  $dJ_{mat}/da$  值數值解析流程圖

### 3-3.3 結果與比較

依前面解析的解析方法，得到的最小化  $dJ/da$  值，解析結果作為參數以圖解的方式來表示，其中圖 3-6 為中央點有貫穿龜裂的靜不定管結構  $dJ/da$  值改變所得到的荷重  $q$ -變位  $\delta$  關係圖，圖 3-7 為中央點有未貫穿龜裂的靜不定管結構  $dJ/da$  值改變所得到的荷重  $q$ -變位  $\delta$  關係圖，圖 3-8 為固定端有貫穿龜裂的靜不定管結構  $dJ/da$  值改變所得到的荷重  $q$ -變位  $\delta$  關係圖，圖 3-9 為固定端有未貫穿龜裂的靜不定管結構  $dJ/da$  值改變所得到的荷重  $q$ -變位  $\delta$  關係圖。關於承受等分布荷重的靜不定龜裂管結構最小化  $dJ/da$  解析結果圖，在以下說明：

1) 圖 3-6 為在中央點有貫穿龜裂的靜不定配管的解析結果。其中，輸入的固定參數為配管跨距長  $L = 3\text{m}$ ，龜裂夾角  $2\theta=90^\circ$ ，彈塑性破壞韌性值  $J_{Ic}$  固定在  $500\text{ kN/m}$ 。在龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後，所得到的荷重 - 變位曲線圖；其中， $A \rightarrow D \rightarrow B$  的斜直線為無龜裂進展時，配管逐漸形成全塑性的荷重 - 變位關係，而(1)、(2)、(3)等記號曲線則為龜裂進展時，配管逐漸形成全塑性的荷重 - 變位關係。而其中(2)記號曲線為解析得到的延性安定破壞最小  $dJ/da$  值，約等於  $61.626\text{MN/m}^2$ 。

2) 圖 3-7 為在中央點有未貫穿龜裂的靜不定配管的解析結果。

輸入的固定參數為配管跨距長  $L = 3\text{m}$ ，龜裂夾角  $2\theta=90^\circ$ ，

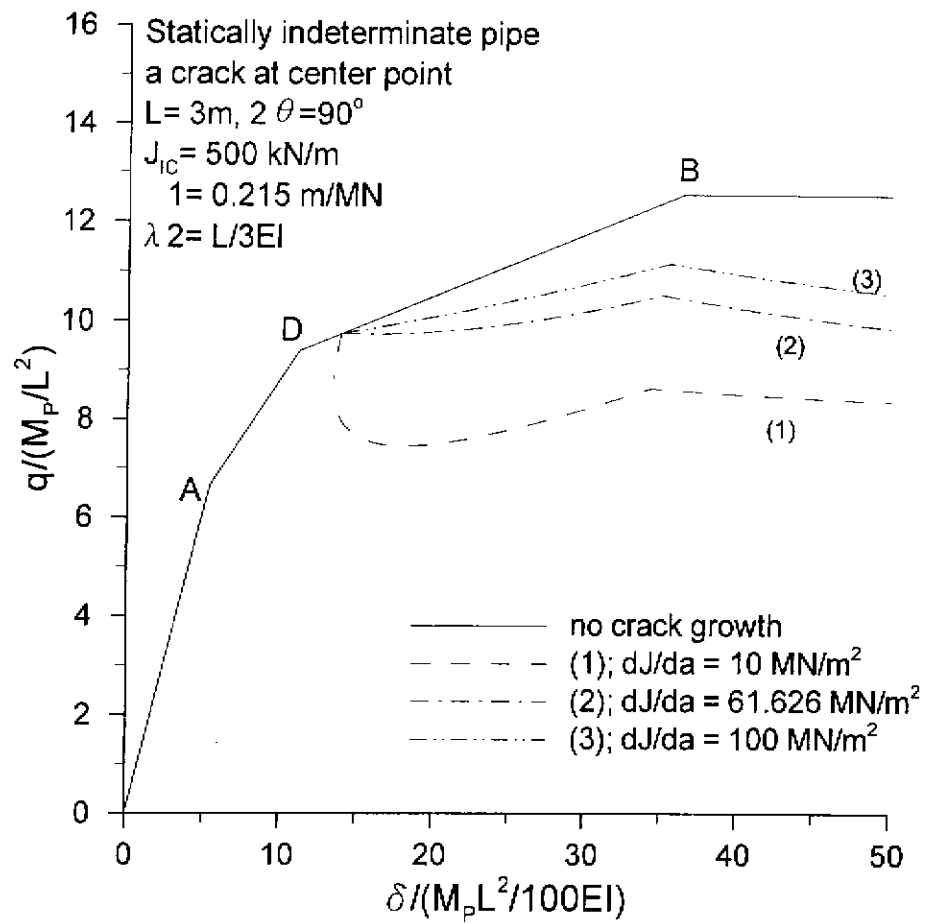


圖 3-6 靜不定中央點有貫穿龜裂  $dJ/da$  值解析圖

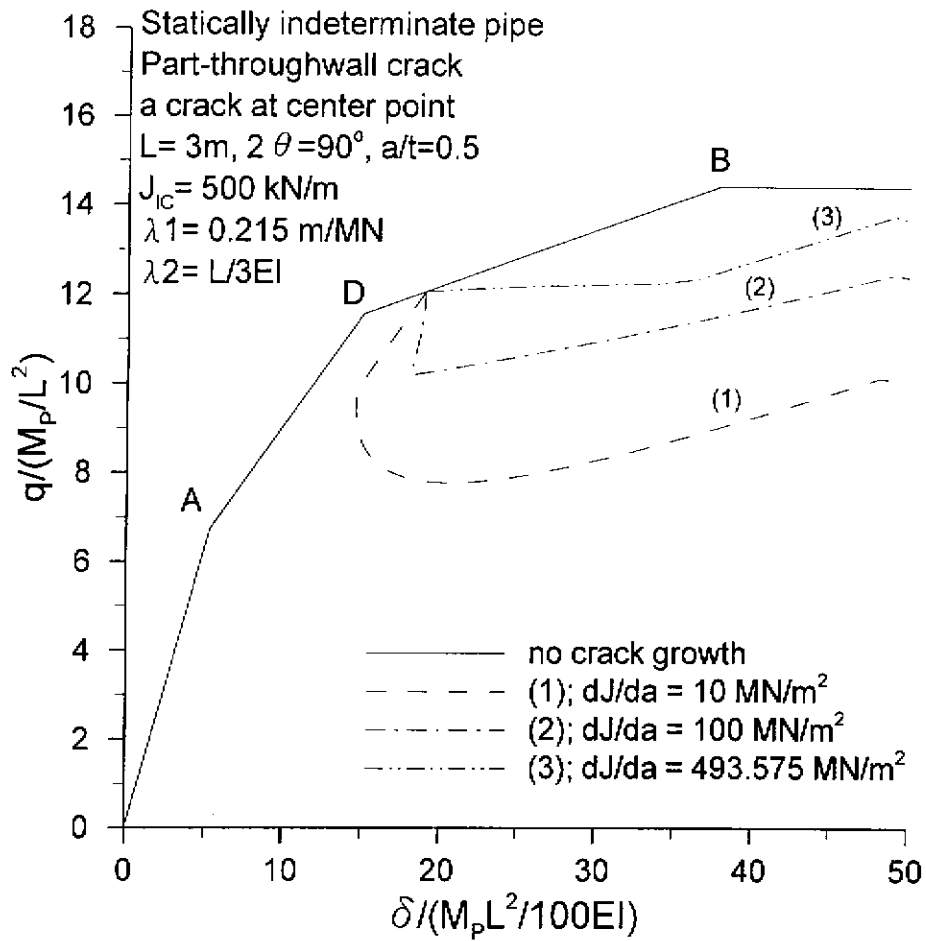


圖 3-7 靜不定中央點有未貫穿龜裂  $dJ/da$  值解析圖

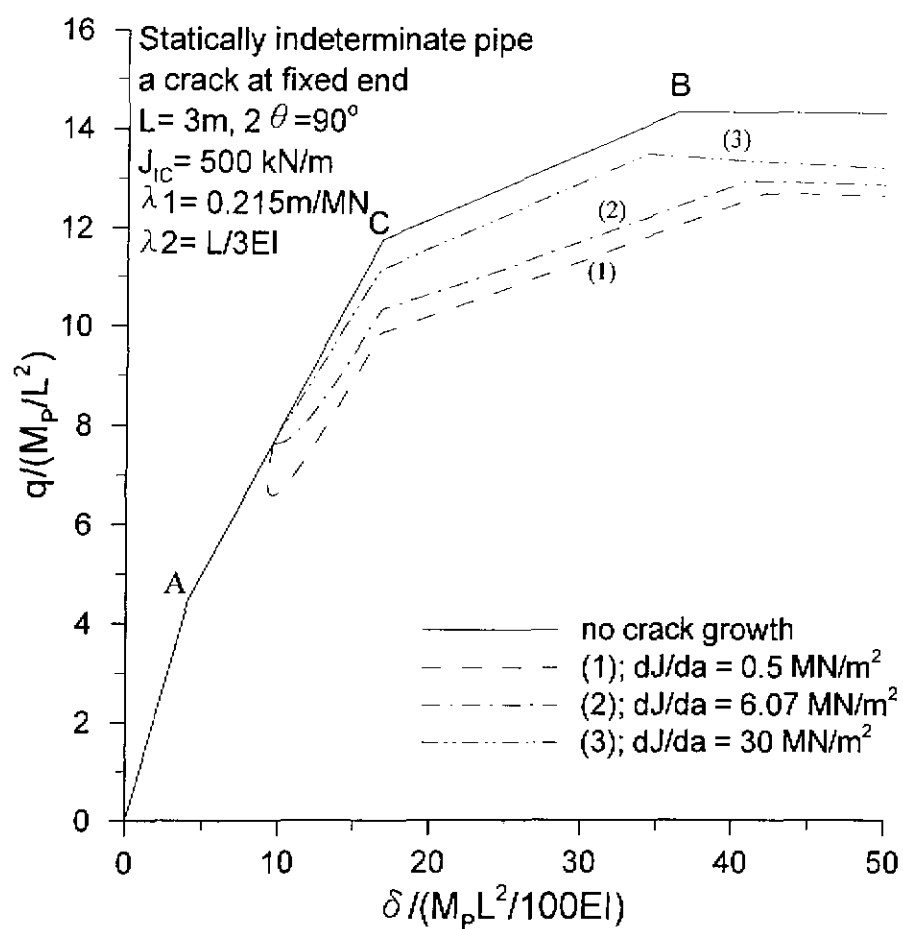


圖 3-8 靜不定固定端有貫穿龜裂  $dJ/da$  值解析圖



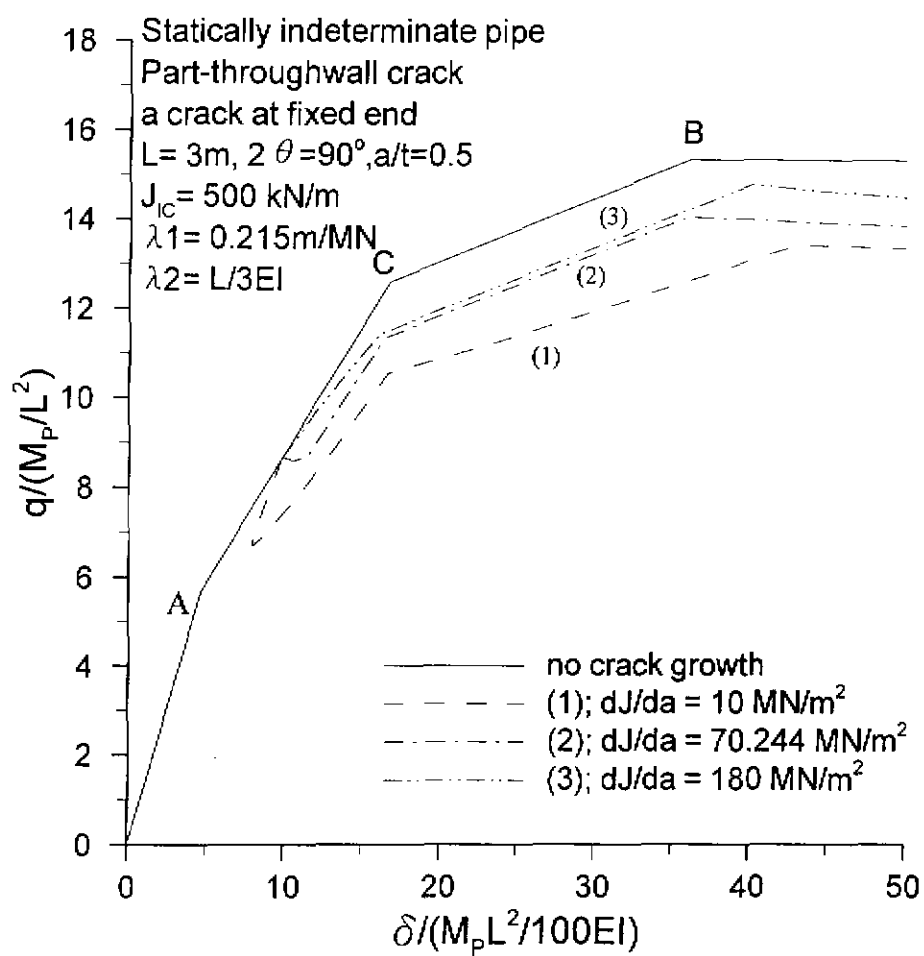


圖 3-9 靜不定固定端有未貫穿龜裂  $dJ/da$  值解析圖

彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  固定在 500 kN/m，徑向貫穿比  $a/t=0.5$ ，龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後，所得到的荷重－變位曲線圖；其中，A→D→B 的斜直線為無龜裂進展時，配管逐漸形成全塑性的荷重－變位關係，而(1)、(2)、(3)等記號曲線則為龜裂進展時，配管逐漸形成全塑性的荷重－變位關係。而其中(3)記號曲線為解析得到的延性安定破壞最小  $dJ/da$  值，約等於 493.575MN/m<sup>2</sup>。

3) 圖 3-8 為在固定端有貫通龜裂的靜不定配管的解析結果。其

中，輸入的固定參數為配管跨距長  $L = 3\text{m}$ ，龜裂夾角  $2\theta=90^\circ$ ，彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  固定在 500kN/m，在龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後，所得到的荷重－變位曲線圖；其中，A→C→B 的斜直線為無龜裂進展時，配管逐漸形成全塑性的荷重－變位關係，而(1)、(2)、(3)等記號曲線則為龜裂進展時，配管逐漸形成全塑性的荷重－變位關係。而其中(2) 記號曲線為解析得到的延性安定破壞最小  $dJ/da$  值，約等於 6.07MN/m<sup>2</sup>。

4) 圖 3-9 為在固定端有未貫通龜裂的靜不定配管的解析結果。其

中，輸入的固定參數為配管跨距長  $L = 3\text{m}$ ，龜裂夾角  $2\theta=90^\circ$ ，彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  固定在 500kN/m，徑向貫穿比  $a/t=0.5$ ，

在龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後，所得到的荷重－變位曲線圖

；其中，A→C→B 的斜直線為無龜裂進展時，配管逐漸形成全塑性的

荷重 - 變位關係，而(1)、(2)、(3)等記號曲線則為龜裂進展時，配管逐漸形成全塑性的荷重 - 變位關係。而其中(2) 記號曲線為解析得到的延性安定破壞最小  $dJ/da$  值，約等於  $70.244 \text{ MN/m}^2$ 。

由本章靜不定龜裂管結構的解析結果，有以下幾個發現：

1) 比較靜不定中央點有貫穿龜裂及未貫穿龜裂解析結果圖 3-6、3-7 得知，在圖 3-6 的  $dJ/da=10 \text{ MN/m}^2$  時，其剛開始龜裂進展時荷重為下降的情形，且由解析過程得知其剛開始時龜裂進展裂縫增長十分快速，這種荷重減少的現象即為延性不安定破壞現象。而將解析所得的臨界值  $dJ/da=61.626 \text{ MN/m}^2$  值代入，其剛開始龜裂進展時荷重幾乎沒變化，但一段時間後荷重漸漸穩定成長。而在  $dJ/da=100 \text{ MN/m}^2$  時，隨著龜裂進展荷重始終穩定成長。同樣地，在圖 3-7 中臨界值  $dJ/da=493.575 \text{ MN/m}^2$  值代入的結果，其荷重也是剛開始龜裂進展時荷重幾乎沒變化，一段時間後荷重漸漸穩定成長。

2) 比較靜不定固定端有貫穿龜裂及未貫穿龜裂解析結果圖 3-8、3-9 得知，與圖 3-6(1)的情形相同，在圖 3-8 的  $dJ/da=0.5 \text{ MN/m}^2$  時，其剛開始龜裂進展時荷重為下降且龜裂進展裂縫增長十分快速的情形即為延性不安定破壞現象。而將我們解析所得的  $dJ/da=6.07 \text{ MN/m}^2$  值代入解析，其剛開始龜裂進展時荷重幾乎沒變化，但一段時間後荷重漸漸穩定成長。

而在  $dJ/da=300 \text{ MN/m}^2$  時，隨著龜裂進展荷重始終穩定成長。同樣地，在圖 3-9 中臨界值  $dJ/da=70.244 \text{ MN/m}^2$  值代入的結果，其荷重也是剛開始龜裂進展時荷重幾乎沒變化，一段時間後荷重漸漸穩定成長。

3) 由圖 3-6、3-7、3-8、3-9 解析得到臨界值  $dJ/da$  值代入分析的結果，發現剛開始龜裂進展時荷重幾乎沒變化，但一段時間後荷重漸漸穩定成長。此現象與延性安定破壞理論，荷重在龜裂進展時耐荷重值不能減少的假設一致，證實我們的解析方法能成功地解析出中央點及固定端有龜裂存在的靜不定管結構物其延性安定破壞的臨界值，可避免延性不安定破壞情形的發生，此解析方法對結構的完整性設計將有相當大的參考價值。

## 第四章 龜裂進展壽命評估

### 4-1 龜裂進展時間評估之目的

結構物原先存在的缺陷或是瑕疵可能在正常的使用負荷下發展成一個小裂縫，此一小裂縫在正常的外加使用負荷應力下可能未達破裂臨界，但它可能以疲勞及應力腐蝕等機制成長，直到它最後達到一定大小，使其在正常的使用應力發生破裂，此種裂縫增長情形稱為次臨界瑕疵增長 (Subcritical flow growth)[10]。而其中，應力腐蝕破裂(Stress corrosion cracking) 受到材料的特性及環境的相互作用下，應力腐蝕裂縫增長速率  $da/dt$  及達到損壞所需的時間乃決定於應力強度因子  $K$  值。具有相同起始裂縫的相似試件，當加上不同程度(不同的起始  $K$  值)的荷重時，將發現達到損害所需時間不一樣，若低於一定門限程度 (Threshold level) 的  $K$  值荷重，即應力腐蝕增長門限  $K_{ISCC}$ ，則試件將永遠不會損害，但若一開始就加上  $K_{IC}$  的荷重，將立刻損害。而目前，只知道結構物損害後裂縫增長速率非常快，但對於損害至崩壞為止的時間仍不十分明瞭。

因此，本研究將延續國科會(87 年)電力科技產業學術合作研究計劃 [7]，對於承受外加荷重的靜不定及靜定龜裂管結構物分析其隨著裂縫開始延伸而應力強度漸增時裂縫增長速率的變化，以進一步評估結構物開始損壞至崩壞為止所需時間，作為電廠管路系龜裂進展壽命之參考。

## 4-2 解析方法

### 4-2.1 建立解析模型

解析模型分為靜不定龜裂管結構及靜定龜裂管結構這兩大部分，而靜不定龜裂管結構部分與 3-3.2 節解析模型相同。關於靜定龜裂管結構物的模型，管路結構模型如圖 4-1 所示，為中央點有貫穿龜裂的管結構。龜裂部的形狀截面形狀如圖 2-2(a)、(b) 所示。其中  $R_A$  為 A 點支持端支持反力， $R_B$  為 B 點支持端支持反力， $q$  為等分布荷重。

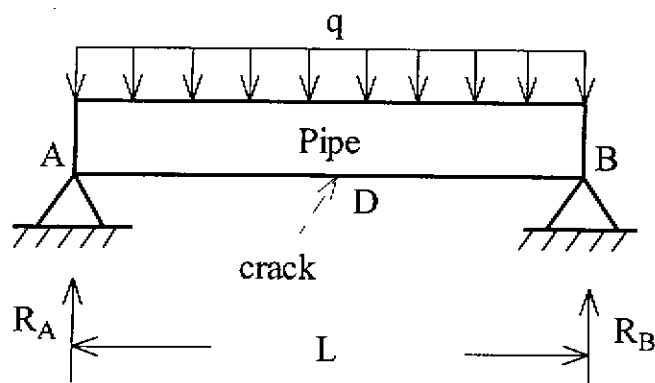


圖 4-1 靜定龜裂管結構模型自由體圖

而依據龜裂部的位置及龜裂部截面的情形，對於承受等分布荷重的靜定龜裂管結構物，完成的解析模型有以下兩種模式：(1)中央點有貫穿龜裂的管結構 (2)中央點有未貫穿龜裂的管結構。

#### 4-2.2 解析的基本理論

解析理論在前一章已說明過，以下只針對本章所使用的主要理論來作說明。

##### 應力腐蝕裂縫增長理論

應力腐蝕破裂 (Stress corrosion cracking)[10] 受到材料的特性及環境的相互作用下，應力腐蝕裂縫增長速率  $da/dt$  及達到損壞所需的時間乃決定於應力強度因子  $K$  值由得到應力腐蝕裂縫增長速率  $da/dt$  的關係式[16]如下：

$$\frac{da}{dt} = C(K)^m \quad \text{單位: inch/hour} \quad (4-1)$$

其中  $C$ 、 $m$  為常數，計算時以  $C=3.59 \times 10^{-8}$ ， $m=2.161$  代入，而  $K$  值為應力強度因子，單位為  $\text{ksi}(\text{inch})^{1/2}$ 。由於分析時使用的是  $J$  積分值，所以必須將  $J$  積分值轉換為  $K$  值， $J$  積分與  $K$  值之間有以下關係

$$K_{IC} = \sqrt{\frac{J_{IC} E}{(1 - \nu^2)}} \quad \text{單位: ksi}(\text{inch})^{1/2} \quad (4-2)$$

$J_{IC}$  值可簡單換算為  $K_{IC}$  值。其中計算時以蒲松比(Poisson's ratio)  $\nu=0.3$  代入。

### 4-3 解析例

在國科會(87 年)電力科技產業學術合作研究計劃[7]中，已經採用極限解析手法 (Limit analysis theory)及彈塑性破壞力學 (Elastic-plastic fracture mechanics) 的綜合解析方法，使用柔度 (Compliance)及  $J$  積分的觀念，對龜裂管結構作彈塑性力學解析。

以下的分析過程，我們將延續 87 年電力科技產業學術合作研究計劃，主要將分析結構物隨著龜裂進展時耐荷重能力  $q$  值及龜裂進展速率  $da/dt$  的變化，進而求得龜裂進展至崩壞為止的時間。而由節得知裂縫增長速率主要依存於  $J$  積分的增加值  $\Delta J$ ，因此以下的解析將分析  $J$  積分值在各階段塑性形成情形時的關係式。

另外，由於各模型的解析過程皆相同，以下我們將舉靜不定中央點龜裂管結構，塑性鉸形成順序為  $A \rightarrow D \rightarrow B$  的情形以及靜不定固定端龜裂管結構，塑性鉸形成順序為  $A \rightarrow C \rightarrow B$  的情形作為解析的代表例。



### 4-3.1 解析過程

#### a. 靜不定中央點龜裂管結構部分

塑性鉸的形成順序為  $A \rightarrow D \rightarrow B$  時，因為  $D$  點為龜裂點，因此必須在第二塑性鉸形成後才龜裂進展，以下為第二塑性鉸至崩壞機構形成為止的解析。

第二塑性鉸形成後至崩壞為止的塑性行為解析

本部分的解析，主要求得配管在第二塑性鉸形成後至第三塑性鉸形成前時，荷重  $q$  與  $J$  積分值的關係式。

$D$  點形成第二塑性鉸，一般而言，當等分布荷重增加值  $\Delta q_3$  作用時， $A$  點以及  $D$  點的力矩並不會增加。但是，當龜裂部形成塑性鉸之後，便開始龜裂進展，且龜裂夾角  $\theta$  會有  $\Delta \theta$  的變化量。由[7]式(2-16)得到， $D$  點的回轉角變化量為：

$$\Delta \phi_{Dl} = \frac{L^4}{12EI} (1 + 6\lambda'_1 + 2\lambda'_2) \Delta q_l - \frac{4L}{3EI} (1 + \lambda'_1 + \lambda'_2) \Delta M_{cp} \quad (4-3)$$

則  $J$  積分的增加值  $\Delta J_1$ ：

$$\Delta J_l = \sigma_f R \Delta \phi_{Dl} \left( \sin \frac{X \Delta \theta}{2} + \cos \Delta \theta \right) \quad (4-4)$$

荷重變化值  $\Delta q$

$$\Delta q_l = \frac{12EI \left[ \Delta \phi_{Dl} + \frac{4L}{3EI} (1 + \lambda'_1 + \lambda'_2) \Delta M_{cp} \right]}{L^3 (1 + 6\lambda'_1 + 2\lambda'_2)} \quad (4-5)$$

形成崩壞機構的的條件為：

$$M_p = M_B + \Delta M_{B2} + \Delta M_{B3} \quad (4-6)$$

## b. 靜不定固定端龜裂管結構部分

塑性鉸的形成順序為  $A \rightarrow C \rightarrow B$  時，因為  $A$  點為龜裂點，因此在第一塑性鉸形成後才龜裂進展，因此解析有第一塑性鉸至第二塑性鉸及第二塑性鉸至崩壞機構形成為止等兩部份。

### (a) 第一塑性鉸至第二塑性鉸形成的塑性行為解析

本部分的解析，主要求得配管在第一塑性鉸形成後至第二塑性鉸形成前，荷重  $q$  與  $J$  積分值的關係式。

$A$  點已形成塑性鉸，也就是其力矩值已形成全塑性力矩  $M_p$ ，一般而言，當等分布荷重增加值  $\Delta q_2$  作用時， $A$  端因已形成全塑性力矩， $A$  點的力矩並不會增加。但是，當龜裂部形成塑性鉸之後，便開始龜裂裂紋擴展，而其全塑性力矩值會有  $\Delta M_{CP}$  的變化量，這種現象稱為龜裂進展。由[7]式(2-63)得到， $A$  點的回轉角變化量  $\Delta \phi_{A2}$  為：

$$\Delta \phi_{A2} = \frac{L[L^2 \Delta q_2 (1 + 16\lambda'_1 + 2\lambda'_2 (1 + 4\lambda'_1)) - 4\Delta M_{cp} (3 + 12\lambda'_1 + 4\lambda'_2 (1 + \lambda'_1))]}{48EI(1 + \lambda'_1 + \lambda'_2)} \quad (4-7)$$

$J$  積分的變化量  $\Delta J_1$  為

$$\Delta J_1 = \sigma_f R \Delta \phi_{A1} \left( \sin \frac{X \Delta \theta}{2} + \cos \Delta \theta \right) \quad (4-8)$$

C 點形成第二塑性鉸的形成條件為：

$$M_p = M_C + \Delta M_{C2} \quad (4-9)$$

(b) 第二塑性鉸至崩壞機構形成塑性行為解析

本部分的解析，主要求得配管在第二塑性鉸形成後至第三塑性鉸形成前時，荷重  $q$  與  $J$  積分值的關係式。第二塑性鉸在 C 點處被形成之後的解析，依 C 點形成位置的範圍而有不同而解析過程也不同。

①  $0 \leq X \leq 0.5 L$  的情況

$$\begin{aligned} \Delta \phi_{A2} = & \frac{L^2 \Delta q_1}{24EI} \left[ 3L^2 - 8LX + 5X^2 + 4L(2L - X)\lambda'_1 + 4(L - X)^2 \lambda'_2 \right] \\ & - \frac{\Delta M_{cp}}{3EILX^2} \left[ (L - X)^3 X + L^4 \lambda'_1 + (L - X)^2 L^2 \lambda'_2 \right] \end{aligned} \quad (4-10)$$

$$\Delta J_2 = \sigma_f R \Delta \phi_{A2} \left( \sin \frac{X \Delta \theta}{2} + \cos \Delta \theta \right) \quad (4-11)$$

②  $0.5 L \leq X \leq L$  的情況

$$\begin{aligned} \Delta \phi_{A2} = & \frac{\Delta q_1 (L^3 - 4L^2 X + 16X^3 + 16(3L + X)(L - X)^3 / L + 128L^2 (L - X/2) \lambda'_1 + 64L(L - X)^2 \lambda'_2)}{192EI} \\ & - \frac{\Delta M_{cp}}{24EIL} (L^2 - 6LX + 16X^2 + 16(L - X)^3 / L + 16L^2 \lambda'_1 + 16(L - X)^2 \lambda'_2) \end{aligned} \quad (4-12)$$

$$\Delta J_2 = \sigma_f R \Delta \phi_{A2} \left( \sin \frac{X \Delta \theta}{2} + \cos \Delta \theta \right) \quad (4-13)$$

B 點形成第三塑性鉸的形成條件為：

$$M_p = M_B + \Delta M_{B2} + \Delta M_{B3} \quad (4-14)$$

關於靜不定龜裂管結構龜裂進展壽命解析流程圖如圖 4-2 所示：

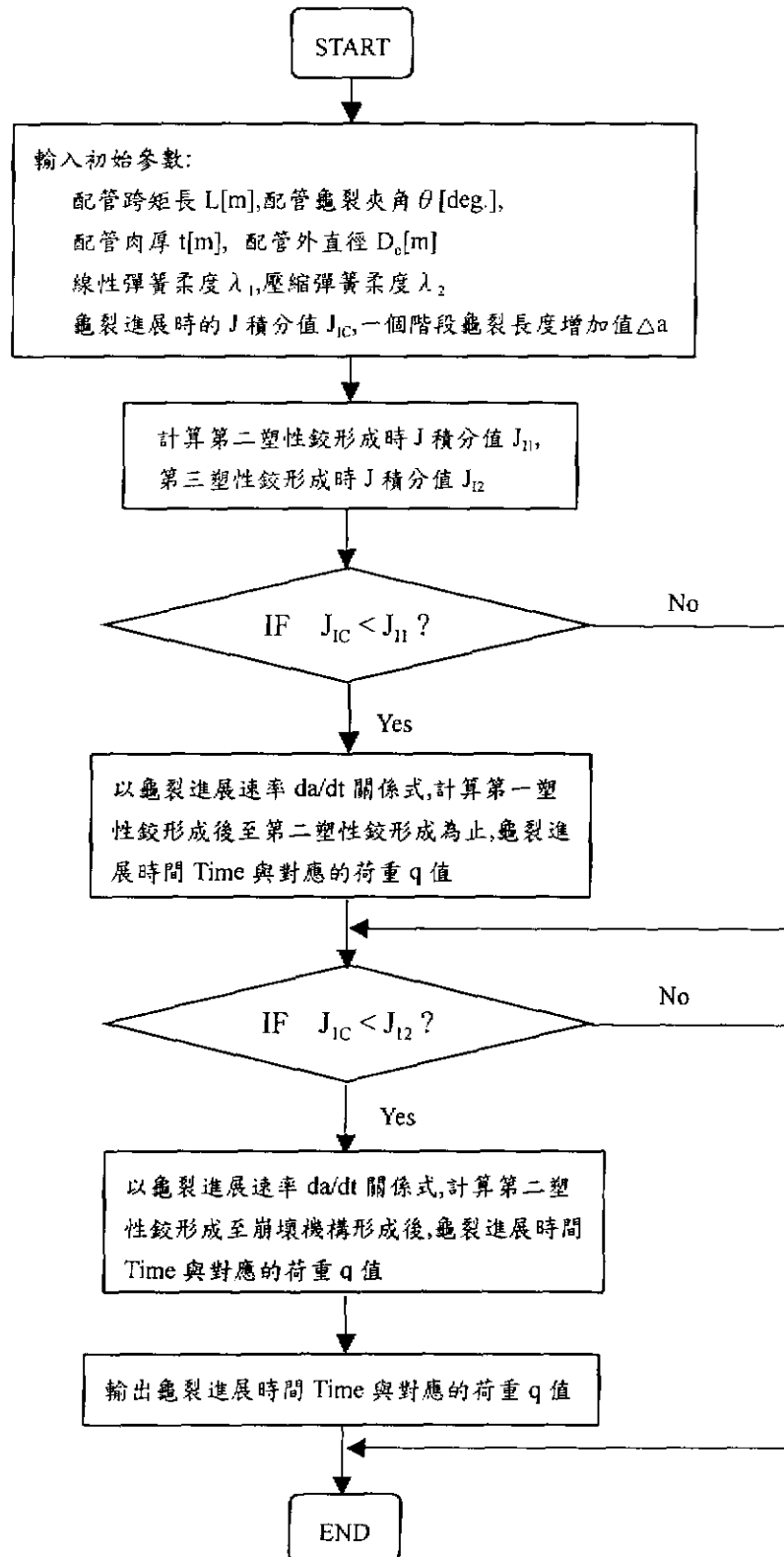


圖 4-2 靜不定龜裂管結構龜裂進展時間解析流程圖

### 4-3.2 數值解析流程

以下為本章靜不定管結構龜裂進展時間數值解析流程圖

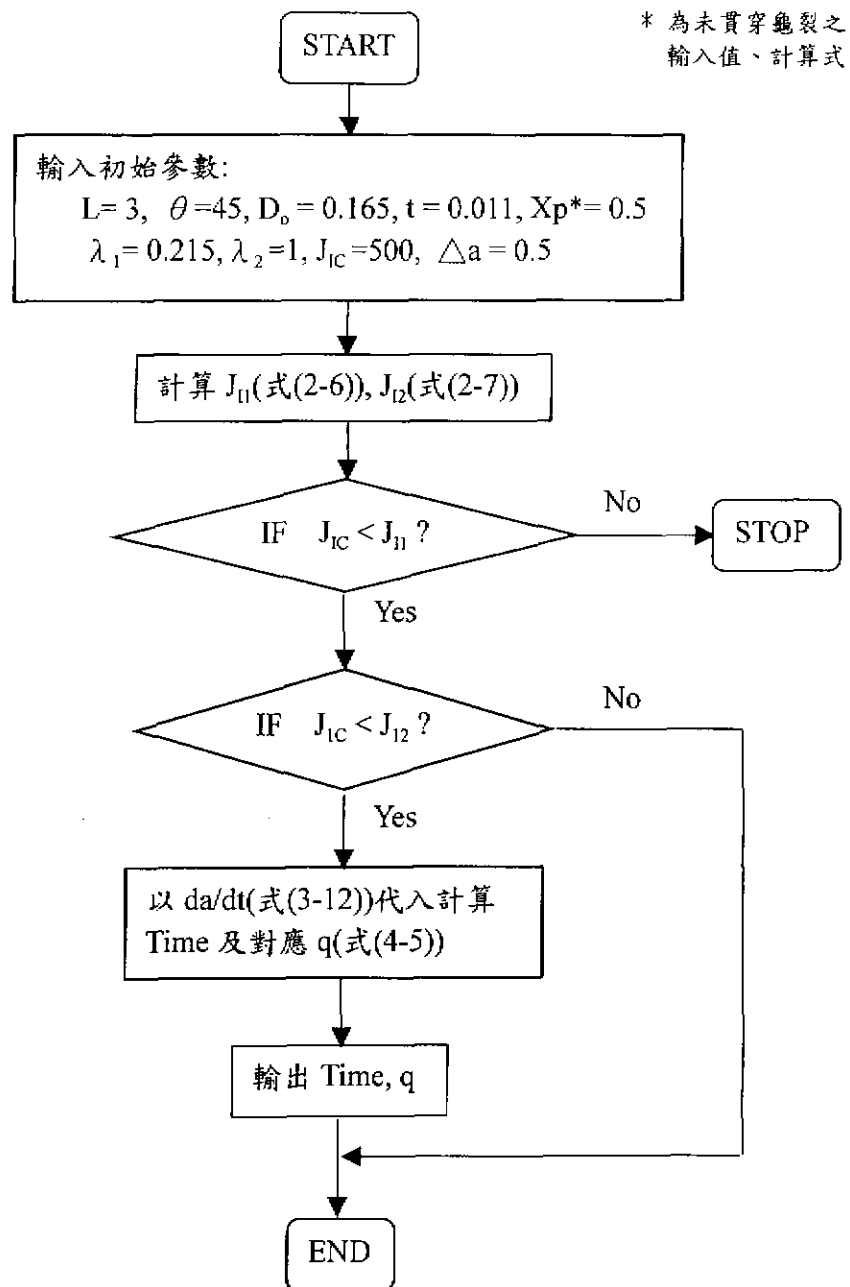


圖 4-3 中央點有龜裂配管龜裂進展時間數值解析流程圖

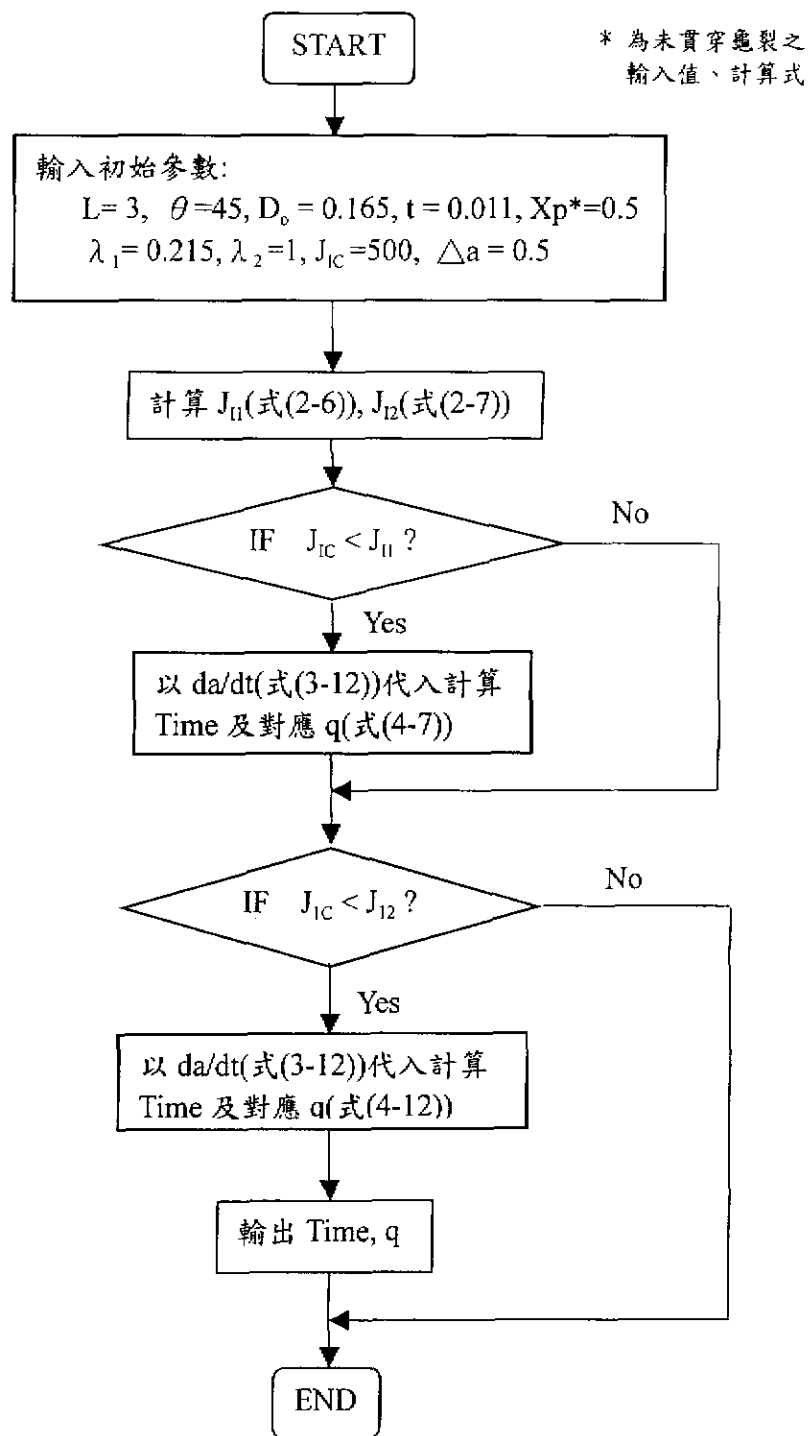


圖 4-4 固定端有龜裂配管龜裂進展時間數值解析流程圖

### 4-3.3 結果與比較

由前述的解析方法，關於龜裂進展的時間分析，得到以下結果圖，其中圖 4-5 為中央點有貫穿龜裂的靜不定管結構物的荷重  $q$ -時間 Time 的關係圖，圖 4-6 為中央點有未貫穿龜裂的靜不定管結構物的荷重  $q$ -時間 Time 的關係圖，圖 4-7 為固定端有貫穿龜裂的靜不定管結構物的荷重  $q$ -時間 Time 的關係圖，圖 4-8 為固定端有未貫穿龜裂的靜不定管結構物的荷重  $q$ -時間 Time 的關係圖，而圖 4-9 為中央點有未貫穿龜裂的靜定管結構物的荷重  $q$ -時間 Time 的關係圖。

關於承受等分布荷重的靜不定及靜定龜裂管結構，龜裂進展時間解析的結果圖，有以下說明：

- 1) 圖 4-5 為在中央點有貫穿龜裂的靜不定配管的解析結果。其中，輸入的固定參數為配管跨距長  $L = 3\text{m}$ ，龜裂夾角  $2\theta = 90^\circ$ ，壓縮彈簧的 compliance  $\lambda_1 = 0.215\text{m/MN}$ ，附近的配管所生成的彎曲 compliance  $\lambda_2 = L/EI (L=3\text{m})$ ，彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  固定在  $500\text{ kN/m}$ ，龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後，所得到的荷重 - 時間曲線圖；其中 (1)、(2) 等記號曲線其條件分別為  $dJ/da = 100\text{MN/m}^2$  及  $dJ/da = 10\text{MN/m}^2$  時龜裂進展的情形。而時間分析為龜裂進展至結構崩壞為止，其中  $u1 \rightarrow u2$  為龜裂進展由貫穿至塑性崩壞為止的情況。

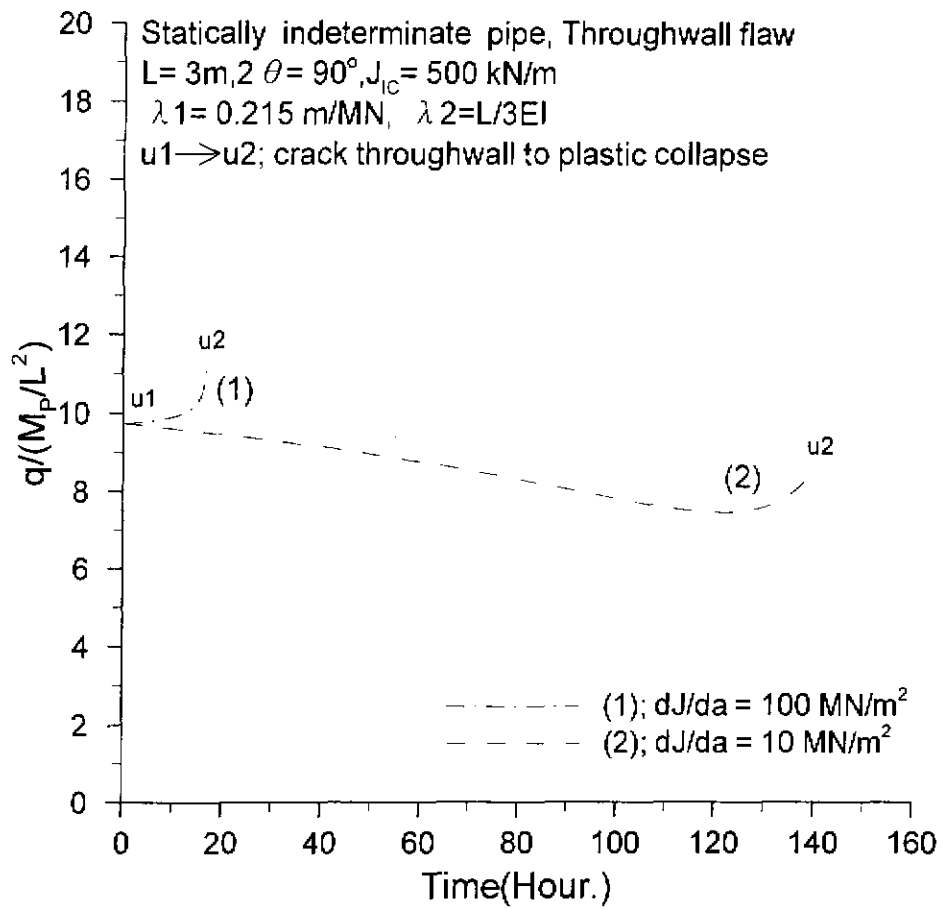


圖 4-5 靜不定中央點有貫穿龜裂管結構 q-Time 解析圖



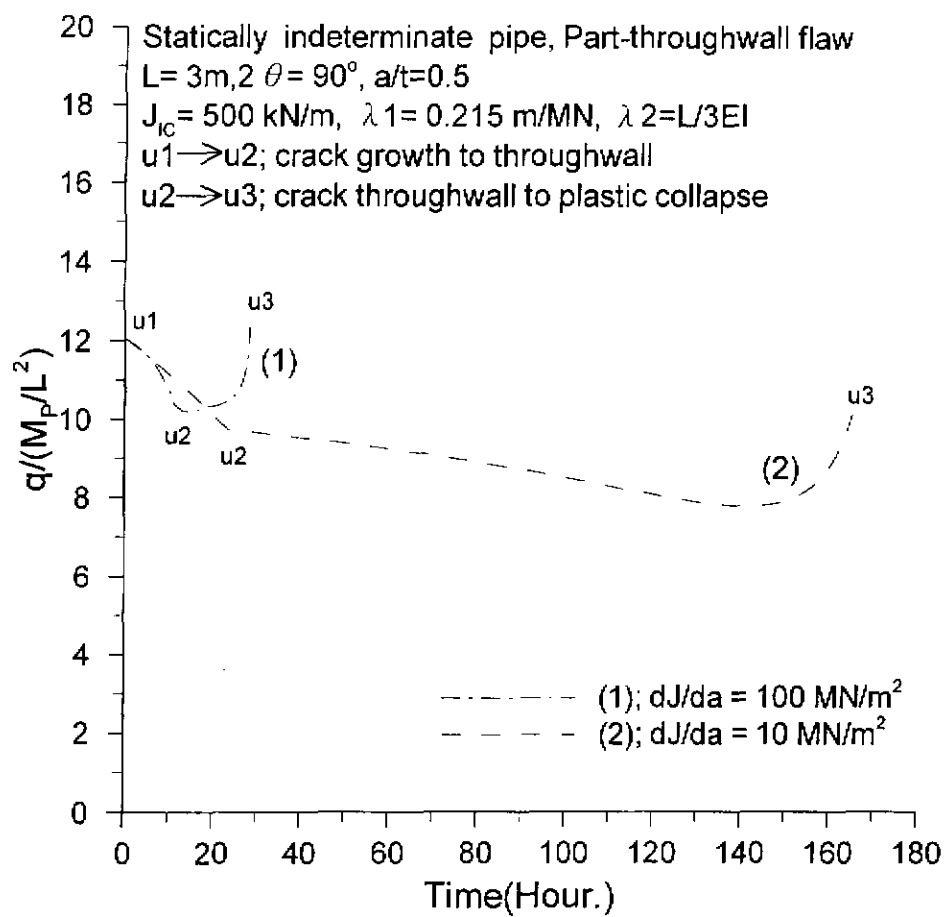


圖 4-6 靜不定中央點有未貫穿龜裂管結構  $q$ -Time 解析圖

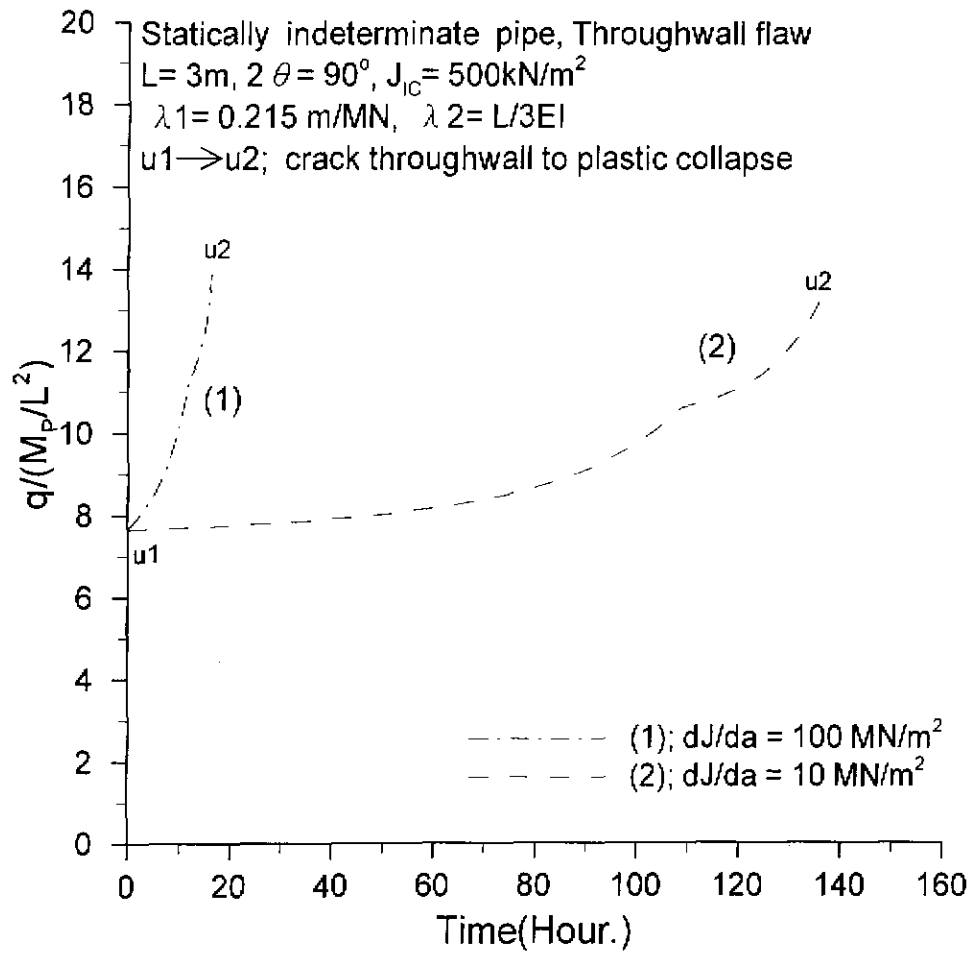


圖 4-7 靜不定固定端有貫穿龜裂管結構 q-Time 解析圖

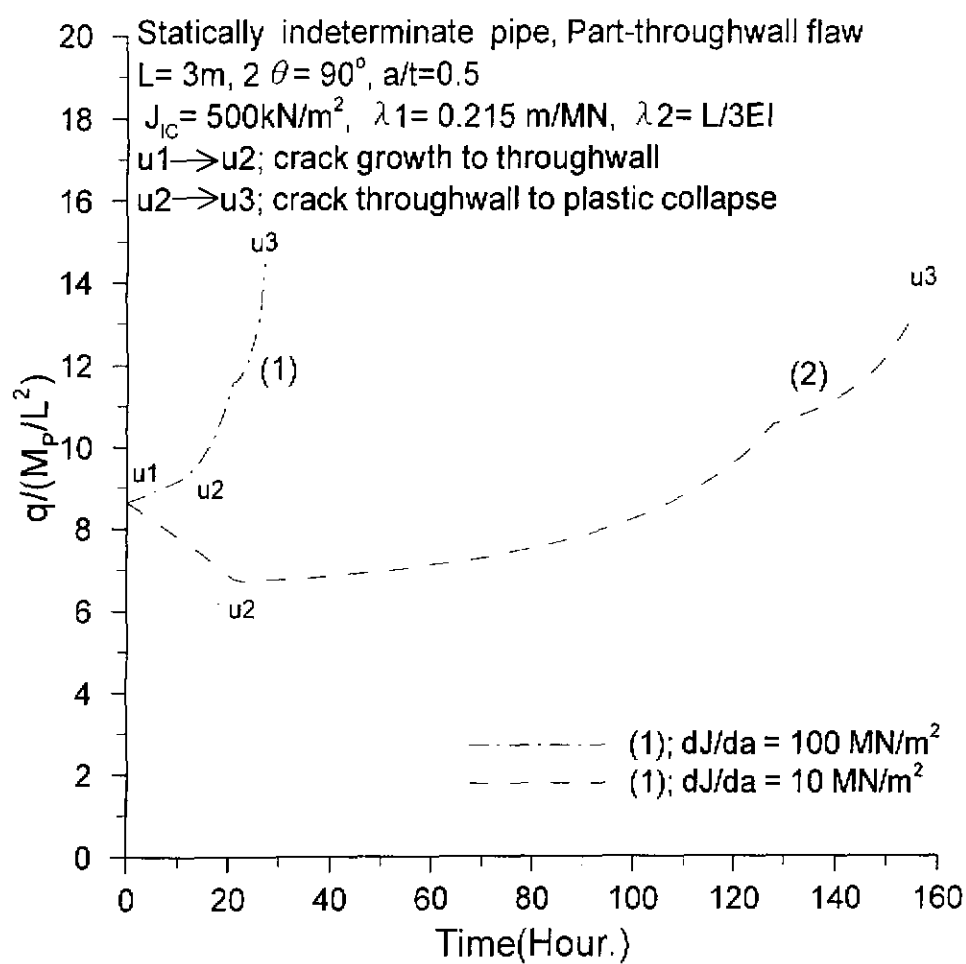
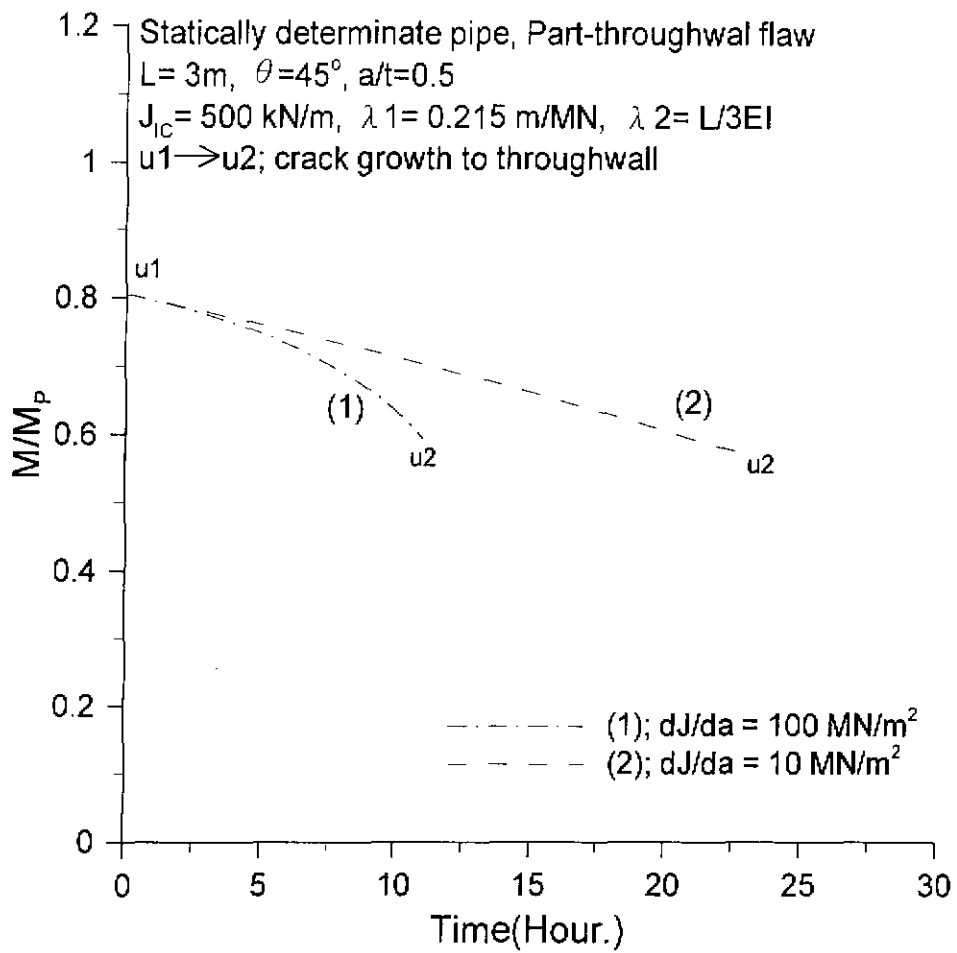


圖 4-8 靜不定固定端有未貫穿龜裂管結構 q-Time 解析圖



4-9 靜定中央點有未貫穿龜裂管結構M-Time 解析圖

2) 圖 4-6 為在中央點有未貫穿龜裂的靜不定配管的解析結果。其中，輸入的固定參數為配管跨距長  $L = 3\text{m}$ ，龜裂夾角  $2\theta = 90^\circ$ ，徑向貫穿比  $a/t=0.5$ ，壓縮彈簧的 compliance  $\lambda_1=0.215\text{m/MN}$ ，附近的配管所生成的彎曲 compliance  $\lambda_2=L/EI(L=3\text{m})$ ，彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  固定在  $500\text{ kN/m}$ ，龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後，所得到的荷重 - 時間曲線圖；其中 (1)、(2) 等記號曲線其條件分別為  $dJ/da=100\text{MN/m}^2$  及  $dJ/da=10\text{MN/m}^2$  時龜裂進展的情形。時間分析為龜裂進展至結構崩壞為止，其中  $u1 \rightarrow u2$  為龜裂進展由未貫穿至貫穿為止的情況， $u2 \rightarrow u3$  為龜裂進展由貫穿至塑性崩壞為止的情況。

3) 圖 4-7 為在固定端有貫穿龜裂的靜不定配管的解析結果。其中，輸入的固定參數為配管跨距長  $L = 3\text{m}$ ，龜裂的夾角  $2\theta=90^\circ$ ，壓縮彈簧的 compliance  $\lambda_1=0.215\text{m/MN}$ ，附近的配管所生成的彎曲 compliance  $\lambda_2=L/EI(L=3\text{m})$ ，彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  固定在  $500\text{ kN/m}$ ，龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後，所得到的荷重 - 時間曲線圖；其中 (1)、(2) 等記號曲線  $dJ/da=100\text{MN/m}^2$  及  $dJ/da=10\text{ MN/m}^2$  時龜裂進展的情形。而時間分析為龜裂進展至結構崩壞為止，其中  $u1 \rightarrow u2$  為龜裂進展由貫穿至塑性崩壞為止的情況。

4) 圖 4-8 為在固定端有未貫穿龜裂的靜不定配管的解析結果。其中輸入

的固定參數為配管跨距長  $L = 3\text{m}$ ，龜裂的夾角  $2\theta=90^\circ$ ，徑向貫穿比  $a/t=0.5$ ，壓縮彈簧的 compliance  $\lambda_1=0.215\text{m/MN}$ ，附近的配管所生成的彎曲 compliance  $\lambda_2=L/EI(L=3\text{m})$ ，彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  固定在  $500\text{kN/m}$ ，龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後，所得到的荷重 - 時間曲線圖；其中 (1)、(2)等記號曲線為  $dJ/da=100\text{MN/m}^2$  及  $dJ/da=10\text{MN/m}^2$  時龜裂進展的情形。時間分析為龜裂進展至結構崩壞為止， $u1 \rightarrow u2$  為龜裂進展由未貫穿至貫穿為止的情況， $u2 \rightarrow u3$  為龜裂進展由貫穿至塑性崩壞為止的情況。

5) 圖 4-9 為在中央點有未貫穿龜裂的靜定配管的解析結果。輸入的固定參數為配管跨距長  $L = 3\text{m}$ ，龜裂夾角  $2\theta=90^\circ$ ，徑向貫穿比  $a/t=0.5$ ，彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  固定在  $500\text{ kN/m}$ ，龜裂傳播抵抗值  $dJ/da$  改變後，所得到的荷重 - 時間曲線圖；其中 (1)、(2)等記號曲線其條件分別為  $dJ/da=100\text{MN/m}^2$  及  $dJ/da=10\text{MN/m}^2$  時龜裂進展的情形。而時間分析因靜定管結構剛開始龜裂進展即崩壞，因此我們只解析龜裂進展至貫穿為止的時間，其中  $u1 \rightarrow u2$  為龜裂進展由未貫穿至貫穿為止的情況。

由本章龜裂管結構的解析結果，有以下幾個發現：

(1) 比較圖 4-5 中央點有貫穿龜裂解析結果，由圖得知當  $dJ/da=10\text{MN/m}^2$  時，其開始龜裂進展時，其荷重有先下降再上升的情形，此即為延性不定破壞現象。同樣地，在中央點有未貫穿龜裂解析結果圖 4-6 之

$dJ/da=10\text{MN/m}^2$  時，也有同樣的情況，但由於圖 4-6 包含未貫穿至貫穿部分，其荷重下降幅度會更大，而這是由於配管徑向龜裂會造成荷重快速下降，但貫穿後其荷重能力會逐漸恢復的緣故。而在固定端有貫穿及未貫穿龜裂解析結果圖 4-7、4-8 也有同樣的情形。

(2) 而由比較圖 4-5 中  $dJ/da=100\text{MN/m}^2$  及  $dJ/da=10\text{MN/m}^2$  龜裂進展的情形， $dJ/da$  值愈小則荷重減少幅度愈大且至崩壞為止所需時間愈久，表示其龜裂進展速率愈慢。而圖 4-6、4-7、4-8、4-9 也同樣有這樣的情形。比較靜不定管結構解析結果圖 4-5、4-6、4-7、4-8 與靜定管結構解析結果圖 4-9 得知，在靜不定管結構解析結果圖部分，不論  $dJ/da$  值多大，其荷重能力皆呈上昇的趨勢，雖然在  $dJ/da$  值很小如  $10\text{MN/m}^2$ ，其開始龜裂進展時荷重能力減少，但至崩壞前其荷重會恢復上昇的情形。而在靜定管結構解析結果圖部分，不論  $dJ/da$  值多大，其荷重能力皆呈下降的趨勢，且不會有上昇的情形。這種在靜不定管結構荷重能力恢復上昇的現象，稱為 LBB 現象。

(3) 由圖 4-5、4-6、4-7、4-8、4-9 中龜裂進展愈後段，龜裂進展速率愈快，也就是說龜裂進展時間有愈來愈短的傾向。而由解析結果得知，雖然  $dJ/da$  愈小，龜裂進展至崩壞時間愈長，但龜裂開始進展至崩壞為止的時間仍然很短，因此就結構安全性的考量，應避免龜裂進展的發生。

## 第五章 最佳化設計

### 5-1 最佳化設計之目的

在國科會(87 年)電力科技產學合作研究報告[7]中，採用極限解析原理(Limit analysis theory)之手法及彈塑性破壞力學(Elastic-plastic fracture mechanics)的綜合解析手法，使用簡易的柔度(Compliance)及  $J$  積分，我們已成功地解析出承受等分布荷重的靜不定龜裂管結構之龜裂進展情形，彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  及龜裂進展抵抗  $dJ/da$  等影響結構的破壞力學因子對龜裂結構物的影響，對於靜不定龜裂管結構物的塑性崩壞行為有了很深刻的體認。但這些分析只是讓我們了解其龜裂進展的情形，提供我們在配管材料選定的一個參考，因此，若能利用解析過程中所獲得的關係式作為最佳化設計的限制條件，則對於實際配管設計有相當大的參考價值。

目前，關於靜不定管結構物已完成的分析包含中央點龜裂及固定端龜裂這兩部份，我們將利用由極限解析及彈塑性破壞力學的綜合解析，所得的崩壞荷重與崩壞變位的關係式，以及第三章所解析得到的最小  $dJ/da$  關係式，作為最佳化設計的主要限制條件以及目標函數，以最小化體積及最小化龜裂進展抵抗  $dJ/da$  作為結構設計的目標函數。其中最小



化體積可作為結構設計的參考，而最小化龜裂進展抵抗  $dJ/da$  的設計將有助於延長龜裂進展至崩壞的時間，對於結構的設計將有實質的助益。

## 5-2 解析方法

### 5-2.1 建立解析的模型

解析模型為靜不定龜裂管結構，而靜不定龜裂管結構模型與 3-3.2 節解析模型相同，在此不作說明。而依照龜裂部的位置及龜裂部截面的情形，對於承受等分布荷重的靜不定龜裂管結構物，完成的解析模型有以下兩種模式：(1). 中央點有未貫穿龜裂的管結構，(2). 固定端有未貫穿龜裂的管結構。

### 5-2.2 解析的基本理論

#### a. 塑性設計(Plastic Design)理論

前面使用增分解析的手法，已經解析出靜不定結構物由彈性至塑性鉸形成，而最後塑性崩壞所得的荷重  $q$ -變位  $\delta$  關係，其示意圖如圖 3-3 所示，其中 B 點荷重及變位即為崩壞荷重及崩壞變位。而根據塑性設計的下限理論(Low Bound Theorem)[17]，吾人利用分析所得的崩壞荷重及崩壞變位關係式，作為結構最佳化設計的主要限制條件。

## b. 塑性力矩之假定

(1) 由前面分析得知配管內有流體時，其無龜裂以及有龜裂存在 的的塑性力矩值分別為  $M_p$ ， $M_{cp}$ ，其表示式如下：

(a) 無龜裂的塑性力矩值  $M_p$

對於無龜裂配管而言，其塑性力矩值  $M_p$

$$M_p = 4\sigma_f R^2 t \quad (5-1)$$

(b) 有龜裂的塑性力矩值  $M_{cp}$

未完全貫穿龜裂塑性力矩值  $M_{cp}$

$$M_{cp} = 4\sigma_f R^2 t \left( \cos \frac{x\theta}{2} - \frac{x \sin \theta}{2} \right) \quad (5-2)$$

當配管完全貫穿，即  $x=d/t=1$  時，表示配管完全貫穿

(2) 而假定配管內無流體時，材料力學塑性力矩表示式[18]如下：

$$M_p = \sigma_y \cdot Z \quad (5-3)$$

其中  $\sigma_y$  為降伏應力， $Z$  為塑性模數，其表示式為  $Z = \text{半面積} \times \text{兩半面積形心距離}$ ，經計算得到：

$$\begin{aligned}
M_p &= \sigma_y \cdot Z \\
&= \sigma_y \cdot \frac{A}{2} \sum_{i=1}^2 y_i \\
&= \sigma_y \cdot \frac{\pi}{8} (d_o^2 - d_i^2) \cdot \frac{\sum_{i=1}^2 A_i y_i}{\sum_{i=1}^2 A_i} \\
&= \sigma_y \cdot \frac{\pi}{8} (d_o^2 - d_i^2) \cdot \frac{4(d_o^3 - d_i^3)}{3\pi(d_o^2 - d_i^2)} \\
&= \sigma_y \cdot \frac{(d_o^3 - d_i^3)}{6}
\end{aligned} \tag{5-4}$$

其中  $y_i$ ,  $i=1\sim 2$  為半面積形心位置,  $A$  為管截面積,  $d_o$  為配管外直徑,  $d_i$  為配管內直徑。若管為有龜裂時, 其塑性力矩值  $M_{CP}$  表示式如下:

$$M_{CP} = \sigma_y \cdot \frac{(d_o^3 - d_i^3)}{6} \left( \cos \frac{x\theta}{2} - \frac{x \sin \theta}{2} \right) \tag{5-5}$$

其中  $x=a/t$ , 為配管裂縫貫穿深度比率, 當  $x=a/t=1$  時, 表配管已完全貫穿。

### c. 可行方向法

可行方向法(Feasible Direction Method) [19]最早是由若田基克(Zoutendijk)所提出。

考慮不等式受限制問題

最小化  $f(x)$

受限於  $g_j(x) \geq 0 \quad j = 1, \dots, J$

假設  $x^{(1)}$  是一個起始點, 滿足所有的限制式, 也就是  $g_j(x^{(1)}) \geq 0; j=1, \dots, J$ ,

而且假設有部分的限制在  $x^{(1)}$  式有束縛性的(Binding)。若田基克指出:方向  $d$  將是一個好的搜尋方向，若它是下降方向，也就是

$$\nabla f(x^{(1)}) \cdot d < 0$$

而且若是，至少沿著方向一小段距離

$$x(\alpha) = x^{(1)} + \alpha d \quad \text{with } \alpha \geq 0$$

沿著  $d$  的點  $x$  是可行的。假如，在  $x^{(1)}$  所有的限制都是有束縛性的。

$$\tilde{g}_j(x; x^{(1)}) = g_j(x^{(1)}) + \nabla g_j(x^{(1)})(x - x^{(1)}) \geq 0$$

則對於一階近似，沿著  $d$  的點  $x(\alpha)$  將是可行的。因此，假設

$$g_j(x^{(1)}) = 0$$

而且 
$$x - x^{(1)} = \alpha d \quad \text{with } \alpha \geq 0$$

這條件相當於要求方向  $d$  要滿足

$$\nabla g_j(x^{(1)})d \geq 0$$

對於在  $x^{(1)}$  有束縛性的所有限制  $g_i(x)$ 。在  $x^{(1)}$  滿足上述不等式的方向  $d$  被稱為可行方向(Feasible direction)。若田基克的構想是，在反覆的每一步驟都去決定一個方向  $d$ ，即要是可行方向而且要是下降方向。可行方向法的完整遞回包含以下二步驟

## 1. 解線性規劃問題

在數值上可由下列方法求得  $d$ : 去找到一個正規劃方向  $d$  合一個純量參數

$\theta > 0$ ，使得

$$\nabla f(x^{(l)}) \cdot d \leq -\theta$$

且

$$\nabla g_j(x^{(l)}) \cdot d \geq \theta$$

並且使得  $\theta$  盡可能大。在執行這個方向尋找問題的數值解時， $d$  可以用界限  $-1 \leq d_i \leq 1$ ， $i=1, \dots, N$  來限制，使其可以很方便的正規化。向量  $d$  的決定方式是，在選擇最大下降方向以及深入可用區域內部的路徑以避免限制的兩者之間，作一妥協。一旦方向向量  $d$  求出後，下一個中介點就可在  $\alpha$  上尋找，沿著直線

$$x = x^{(l)} + \alpha d^{(l)}$$

直到找到最佳的  $f(x)$  或是某個限制為止。

2. 接著尋找  $\alpha$  的範圍，先用直線式搜尋去找出  $\bar{\alpha}$  值，在這值時某個限制  $g_j(x)$

首先變的具有束縛性。也就是，對於每一限制  $g_j(x)$ ，我們找到  $\alpha_j > 0$ ，在

這值時  $g_j(x^{(l)} + \alpha d^{(l)}) = 0$ ，然後在這些  $\alpha_j$  中挑出最小值  $\bar{\alpha}$ 。  $\bar{\alpha}$  得知後，

就可用任意的線性搜尋在  $0 \leq \alpha \leq \bar{\alpha}$  範圍內找到能夠最小化

$f(x^{(l)} + \alpha d^{(l)})$  的  $\alpha$  值

### 5-3 設計解析例

關於最佳化的設計，本研究主要包含最小化體積及最小化龜裂進展

抵抗值  $dJ/da$  兩部份，分述如下：

### 5.3.1 最小化體積

最小化體積的意義，主要為了設計滿足一定荷重、及變位等限制條件的最小化尺寸結構，使結構不僅節省材料且有一定的可靠度。

(1). 中央點有龜裂之靜不定管結構物

題目敘述：

解析模型如圖 3-2 所示龜裂點在中央點的情形，配管截面為未貫穿龜裂，如圖 2-2(b)所示，解析的對象為配管外直徑  $d_o$  及配管內直徑  $d_i$ ，以求得最小化截面積。解析時假設配管跨距長  $L=3m$ ，龜裂夾角  $\theta=10^\circ$ ，龜裂貫穿比  $a/t=0.5$ ，壓縮彈簧的 compliance  $\lambda_1=0.215m/MN$ ，附近的配管所生成的彎曲 compliance  $\lambda_2=L/3EI$ 。目標函數及限制條件表示如下：

$$\text{目標函數} \quad V = \frac{\pi}{4}(d_o^2 - d_i^2) \cdot L \quad (5-6)$$

$$\text{限制條件} \quad 10 \leq \frac{(d_o + d_i)}{(d_o - d_i)} \leq 40 \quad (5-7)$$

$$0.00165 \leq \frac{(d_o - d_i)}{2} \leq 0.01 \quad (m) \quad (5-8)$$

$$q_{cr} \geq 0.0005 \quad \left(\frac{MN}{m}\right) \quad (5-9)$$

$$\delta_{cr} \leq 0.1 \quad (m) \quad (5-10)$$

$$0.01 \leq d_o \leq 1 \quad 0.01 \leq d_i \leq 1 \quad (5-11)$$

其中式(5-6)為體積表示式，式(5-7)為參照 ASME Code[20]所得配管外直徑與內直徑比例範圍，式(5-8)、式(5-11)為配管尺寸範圍[21]，而式(5-9)、式(5-10)中  $q_{cr}$ 、 $\delta_{cr}$  分別為崩壞荷重及崩壞變位的計算式[7]，其詳細數學表示式如下：

$$q_{cr} = \frac{\sigma_f (d_o + d_i)^2 (d_o - d_i) (1 + \cos(\theta/2) - 0.5 \sin \theta)}{L^2} \quad (5-12)$$

$$\begin{aligned} \delta_{cr} &= \delta_1 + \Delta \delta_2 + \Delta \delta_3 \\ &= \frac{16L^5 M_B (\lambda' + 9)/\lambda_1 + 576EIL^2 M_B + (12EIL^4 - L^7 (\lambda' + 8)/\lambda_1) \cdot q_1}{384EI(L^3 (\lambda' + 4)/\lambda_1 + 12EI)} \\ &\quad + \left[ \frac{L^4 (5 + 4\lambda')/\lambda_1 + 96EIL}{384EI/\lambda_1} - \frac{3EI\lambda_2 (3L/\lambda_1 - 24EI + 2L^3 \lambda')}{192EI/\lambda_1} \times \right. \\ &\quad \left. \frac{2L^3/\lambda_1 + L^3 \lambda'/\lambda_1 - 24EI}{3EIL^2 \lambda^2 \lambda'/\lambda_1 + 36E^2 I^2 \lambda_2/L + 12EIL^2/\lambda_1 + 12EIL^2 \lambda_2/\lambda_1} \right] \cdot \Delta q_2 \\ &\quad + \left( \frac{7L^4/\lambda_1 + 288EIL}{384EI/\lambda_1} + \frac{L^4}{23EI \lambda_2} \right) \cdot \Delta q_3 \end{aligned} \quad (5-13)$$

其中，式(5-13)中， $q_1$ 、 $\Delta q_2$ 、 $\Delta q_3$  分別為第一塑性鉸形成時的荷重值、第一塑性鉸形成後至第二塑性鉸形成的荷重增加值、以及第二塑性鉸形成後至崩壞為止的荷重增加值(參照[7]式(2-34)、式(2-36)、式(2-42))。而  $\delta_1$ 、 $\Delta \delta_2$ 、 $\Delta \delta_3$  為  $q_1$ 、 $\Delta q_2$ 、 $\Delta q_3$  時的變位值(參照[7]式(2-34)、式(2-37)、式(2-40))。此外， $M_B$  為第一塑性鉸形成時 B 點的力矩值(參照[7]式(2-29))， $E$  為楊氏模數， $I$  為慣性矩， $\lambda'$  為龜裂柔度值。

由前面關係式得到最佳化形式如下：

最小化

$$f(x) = \frac{\pi}{4}(x_1^2 - x_2^2) \cdot 3$$

受限於

$$g_1(x) = 10 - \frac{(x_1 + x_2)}{(x_1 - x_2)} \leq 0$$

$$g_2(x) = \frac{(x_1 + x_2)}{(x_1 - x_2)} - 40 \leq 0$$

$$g_3(x) = 0.00165 - \frac{(x_1 - x_2)}{2} \leq 0 \quad (m)$$

$$g_4(x) = \frac{(x_1 + x_2)}{2} - 0.01 \leq 0 \quad (m)$$

$$g_5(x) = 0.0005 - q_{cr}(x_1, x_2) \leq 0 \quad \left(\frac{MN}{m}\right)$$

$$g_6(x) = \delta_{cr}(x_1, x_2) - 0.1 \leq 0 \quad (m)$$

$$0.01 \leq x_1 \leq 1 \quad 0.01 \leq x_2 \leq 1$$

(a) 考慮配管內有流體的情形

其假設無龜裂及有龜裂情形配管的塑性力矩值為  $M_p$ ， $M_{cp}$ ，如式(5-

1)、式(5-2)所示，計算時 $\sigma_f=400\text{MPa}$ 代入。

最佳化結果如表 5-1 所示：



表 5-1 中央點有龜裂管結構最小化體積結果(I)

	起始值	最佳值
配管外直徑長 $d_o=x_1(m)$	0.087	0.090329
配管內直徑長 $d_i=x_2(m)$	0.082	0.085884
最小化體積 $V(m^3)$	0.0019909	0.0018454

(b) 考慮配管內無流體的情形

其假設無龜裂及有龜裂情形配管的塑性力矩值為  $M_p$ ， $M_{cp}$ ，如式(5-

3)、式(5-5)所示，計算時  $\sigma_y=206.7\text{MPa}$ [22]代入。最佳化結果如表 5-2 所

示：

表 5-2 中央點有龜裂管結構最小化體積結果(II)

	起始值	最佳值
配管外直徑長 $d_o=x_1(m)$	0.045	0.045098
配管內直徑長 $d_i=x_2(m)$	0.041	0.041118
最小化體積 $V(m^3)$	0.00081053	0.00080865

## (2). 固定端有龜裂之靜不定管結構物

題目敘述:

解析模型如圖 3-2 所示龜裂點在固定端的情形，配管截面為未貫穿龜裂,如圖 2-2(b)所示，解析的對象為配管外直徑  $d_o$  及配管內直徑  $d_i$ ，以求得最小化體積。解析時假設配管跨距長  $L=3\text{m}$ ，龜裂夾角  $\theta=10^\circ$ ，龜裂貫穿比  $a/t=0.5$ ，壓縮彈簧的 compliance  $\lambda_1=0.215\text{m/MN}$ ，附近的配管所生成的彎曲 compliance  $\lambda_2=L/3EI$ 。目標函數及限制條件表示如下:

$$\text{目標函數} \quad V = \frac{\pi}{4}(d_o^2 - d_i^2) \cdot L \quad (5-14)$$

$$\text{限制條件} \quad 10 \leq \frac{(d_o + d_i)}{(d_o - d_i)} \leq 40 \quad (5-15)$$

$$0.00165 \leq \frac{(d_o - d_i)}{2} \leq 0.01 \quad (m) \quad (5-16)$$

$$q_{cr} \geq 0.0005 \quad \left(\frac{MN}{m}\right) \quad (5-17)$$

$$\delta_{cr} \leq 0.1 \quad (m) \quad (5-18)$$

$$0.01 \leq d_o \leq 1 \quad 0.01 \leq d_i \leq 1 \quad (5-19)$$

其中式(5-14)為體積表示式，式(5-15)為參照 ASME Code[20]所得配管外直徑與內直徑比例範圍，式(5-16)、式(5-19)為配管尺寸範圍[21]，而式(5-17)、式(5-18)中  $q_{cr}$ ， $\delta_{cr}$  分別為崩壞荷重及崩壞變位計算式[7]，其詳

細數學表示如下所示：

$$q_{cr} = q_1 + \Delta q_2 + \Delta q_3 \quad (5-20)$$

$$\begin{aligned} \delta_{cr} &= \delta_1 + \Delta \delta_2 + \Delta \delta_3 \\ &= \frac{qL^4(64\lambda_{k1}\lambda + 4\lambda_{k1} + 10\lambda + 5) + M_B L^2(64\lambda_{k1}(2\lambda - 2\lambda_{k2} - 3) - 48(\lambda_{k2} + \lambda + 1))}{384EI[4\lambda_{k1} + 2\lambda + 1]} \\ &\quad + \frac{L^2[L^2\Delta q_2(2 + 57\lambda_{k1} + 5\lambda_{k2} + 32\lambda_{k1}\lambda_{k2}) - 4\Delta M_{cp}(3 + 36\lambda_{k1} + 6\lambda_{k2} + 16\lambda_{k1}\lambda_{k2})]}{384EI(1 + \lambda_{k1} + \lambda_{k2})} \\ &\quad + \frac{L^3\Delta q_3}{384EI}[17L - 20X + 64(2L - X)\lambda_{k1} + 32(L - X)\lambda_{k2}] \\ &\quad - \frac{L^2\Delta M_{cp}}{384EI}\left[5 - \frac{6X}{L} + \frac{16L}{X}\lambda_{k1}' + \frac{\lambda_{k2}'8(L - X)}{L}\right] \end{aligned} \quad (5-21)$$

式(5-20)、式(5-21)中， $q_1$ 、 $\Delta q_2$ 、 $\Delta q_3$  分別為第一塑性鉸形成時的荷重值、第一塑性鉸形成後至第二塑性鉸形成的荷重增加值、以及第二塑性鉸形成後至崩壞為止的荷重增加值(參照[7]式(2-86)、式(2-88)、式(2-94))，而  $\delta_1$ 、 $\Delta \delta_2$ 、 $\Delta \delta_3$  為  $q_1$ 、 $\Delta q_2$ 、 $\Delta q_3$  時的變位值(參照[7]式(2-86)、式(2-89)、式(2-94))。此外， $M_B$  為第一塑性鉸形成時 B 點的力矩值(參照[7]式(2-83))， $E$  為楊氏模數， $I$  為慣性矩， $\lambda'$  為龜裂柔度值，而  $\lambda_{k1}'$ 、 $\lambda_{k2}'$  表示式如下。

$$\lambda_{k1}' = \frac{3EI\lambda_1}{L^3} \quad \lambda_{k1}' = \frac{1}{\lambda_2} \quad (5-22)$$

由前面關係式得到最佳化形式如下：

最小化 
$$f(x) = \frac{\pi}{4}(x_1^2 - x_2^2) \cdot L$$

受限於 
$$g_1(x) = 10 - \frac{(x_1 + x_2)}{(x_1 - x_2)} \leq 0$$

$$g_2(x) = \frac{(x_1 + x_2)}{(x_1 - x_2)} - 40 \leq 0$$

$$g_3(x) = 0.00165 - \frac{(x_1 - x_2)}{2} \leq 0 \quad (m)$$

$$g_4(x) = \frac{(x_1 + x_2)}{2} - 0.01 \leq 0 \quad (m)$$

$$g_5(x) = 0.0005 - q_{cr}(x_1, x_2) \leq 0 \quad \left(\frac{MN}{m}\right)$$

$$g_6(x) = \delta_{cr}(x_1, x_2) - 0.1 \leq 0 \quad (m)$$

$$0.01 \leq x_1 \leq 1 \quad 0.01 \leq x_2 \leq 1$$

(a) 考慮配管內有流體的情形

其假設無龜裂及有龜裂情形配管的塑性力矩值為  $M_p$ ， $M_{CP}$ ，如式

(5-1)、(5-2)所示，計算時 $\sigma_f=400\text{MPa}$ 代入。最佳化結果如表 5-3 所示。

表 5-3 固定端有龜裂管結構最小化體積結果(I)

	起始值	最佳值
配管外直徑長 $d_o=x_1(m)$	0.079	0.077521
配管內直徑長 $d_i=x_2(m)$	0.073	0.073521
最小化體積 $V(m^3)$	0.0021488	0.0014234

(b) 考慮配管內無流體的情形

其假設無龜裂及有龜裂情形配管的塑性力矩值為  $M_p$ ， $M_{CP}$ ，如式(5-3)、(5-5)所示，計算時  $\sigma_y=206.7\text{MPa}$ [22]代入。最佳化結果如表 5-4 所示。

表 5-4 固定端有龜裂管結構最小化體積結果(II)

	起始值	最佳值
配管外直徑長 $d_o=x_1(m)$	0.041	0.041098
配管內直徑長 $d_i=x_2(m)$	0.037	0.037119
最小化體積 $V(m^3)$	0.00073513	0.00073327

### 5.3.2 最小化龜裂進展抵抗 $dJ/da$ 值

最小化龜裂進展抵抗值  $dJ/da$  的目的，主要為了設計滿足一定荷重、及變位等限制條件的最小尺寸管結構，龜裂進展至崩壞為止的時間會最

長，因  $dJ/da$  值愈小龜裂進展速率愈慢，則至崩壞的時間就愈長，而崩壞的時間愈長，結構的安全性愈高。

### (1) 中央點有龜裂之靜不定管結構物

題目敘述：

解析模型如圖 3-2 所示龜裂部在中央點的情形，配管截面為未貫穿龜裂，如圖 2-2(b)所示。解析時假設配管跨距長  $L=3\text{m}$ ，龜裂夾角  $\theta=10^\circ$ ，龜裂貫穿比  $a/t=0.5$ ，壓縮彈簧的 compliance  $\lambda_1=0.215\text{m/MN}$ ，附近的配管所生成的彎曲 compliance  $\lambda_2=L/3EI$ ， $J_{IC}=100\text{kN/m}$ 。目標函數及限制條件表示如下：

目標函數

$$\begin{aligned} \frac{dJ_{mat}}{da} = & \frac{3.7299(d_o + d_i)^3(1 + 1123.2666\lambda_1(d_o^4 - d_i^4) + 1/\lambda_2)}{(d_o^4 - d_i^4)} \\ & + 0.16789 \frac{J_{IC}}{(d_o - d_i)} \end{aligned} \quad (5-23)$$

限制條件

$$10 \leq \frac{(d_o + d_i)}{(d_o - d_i)} \leq 40 \quad (5-24)$$

$$0.00165 \leq \frac{(d_o - d_i)}{2} \leq 0.01 \quad (m) \quad (5-25)$$

$$q_{A1} \leq q_{D1} \quad (5-26)$$

$$q_{D1} \leq q_{B1} \quad (5-27)$$

$$\Delta q_{D2} \leq \Delta q_{B2} \quad (5-28)$$

$$q_{cr} \geq 0.0005 \left( \frac{MN}{m} \right) \quad (5-29)$$

$$\delta_{cr} \leq 0.1 \quad (m) \quad (5-30)$$

$$0.01 \leq d_o \leq 1 \quad 0.01 \leq d_i \leq 1 \quad (5-31)$$

$$0.03 \leq \lambda_1 \leq 0.4 \quad 0.1 \leq \lambda_2 \leq 1 \quad (5-32)$$

其中式(5-23)為參照式(3-21)所得到的延性安定破壞臨界  $dJ_{mat}/da$  表示式，式(5-24)為參照 ASME Code[20]所得配管外直徑與內直徑比例範圍，式(5-25)、式(5-31)為配管尺寸範圍[21]，而式(5-26)、式(5-27)、式(5-28)為塑性鉸形成順序  $A \rightarrow D \rightarrow B$  的限制條件，其中  $q_{A1}$ 、 $q_{B1}$ 、 $q_{D1}$  分別為形成第一塑性鉸所需荷重值，而  $\Delta q_{B2}$ 、 $\Delta q_{D2}$  分別為第一塑性鉸至第二塑性鉸形成為止 B、D 兩點所需荷重增加值，其詳細表示式請參照[7]式(2-29)~式(2-44)。而式(5-29)、式(5-30)中  $q_{cr}$ 、 $\delta_{cr}$  分別為崩壞荷重及崩壞變位，請參照式(5-12)、式(5-13)。由前面關係式得到最佳化形式如下：

最小化

$$f(x) = \frac{3.7299(x_1 + x_2)^3(1 + 1123.2666x_3(x_1^4 - x_2^4) + 1/x_4)}{(x_1^4 - x_2^4)} + 0.16789 \frac{J_{IC}}{(x_1 - x_2)}$$

受限於

$$g_1(x) = 10 - \frac{(x_1 + x_2)}{(x_1 - x_2)} \leq 0$$

$$g_2(x) = \frac{(x_1 + x_2)}{(x_1 - x_2)} - 40 \leq 0$$

$$g_3(x) = 0.00165 - \frac{(x_1 - x_2)}{2} \leq 0 \quad (m)$$

$$g_4(x) = \frac{(x_1 + x_2)}{2} - 0.01 \leq 0 \quad (m)$$

$$g_5(x) = q_{A1}(x_1, x_2, x_3, x_4) - q_{D1}(x_1, x_2, x_3, x_4) \leq 0$$

$$g_6(x) = q_{D1}(x_1, x_2, x_3, x_4) - q_{B1}(x_1, x_2, x_3, x_4) \leq 0$$

$$g_7(x) = \Delta q_{D2}(x_1, x_2, x_3, x_4) - \Delta q_{B2}(x_1, x_2, x_3, x_4) \leq 0$$

$$g_8(x) = 0.0005 - q_{cr}(x_1, x_2, x_3, x_4) \leq 0 \quad \left(\frac{MN}{m}\right)$$

$$g_9(x) = \delta_{cr}(x_1, x_2, x_3, x_4) - 0.1 \leq 0 \quad (m)$$

$$0.01 \leq x_1 \leq 1 \quad 0.01 \leq x_2 \leq 1$$

$$0.03 \leq x_3 \leq 0.4 \quad 0.1 \leq x_4 \leq 10$$



(a) 考慮配管內有流體的情形

其假設無龜裂及有龜裂情形配管的塑性力矩值為  $M_p$ ,  $M_{cp}$ , 如式(5-1)、式(5-2)所示, 計算時  $\sigma_f=400\text{MPa}$  代入。最佳化結果如表 5-5 所示。

(b)考慮配管內無流體的情形

假設無龜裂及有龜裂情形配管的塑性力矩值為  $M_p$ ,  $M_{cp}$ , 如式(5-3)、式(5-5)所示, 計算時  $\sigma_y=206.7\text{MPa}$ [22]代入。最佳化結果如表 5-6 所示。

表 5-5 中央點有龜裂管結構最小化  $dJ/da$  結果( I )

	起始值	最佳值
配管外直徑長 $d_o=x_1(m)$	0.08	0.11777
配管內直徑長 $d_i=x_2(m)$	0.071	0.09807
回轉彈簧柔度 $\lambda_1=x_3$	0.03	0.03023
線性彈簧柔度 $\lambda_2=x_4$	1	2.1365
龜裂進展抵抗最小值 $dJ/da$ (MN/m <sup>2</sup> )	180.886	60.72
龜裂進展至崩壞時間 Time (Hours)	21.143	48.469

表 5-6 中央點有龜裂管結構最小化  $dJ/da$  結果(II)

	起始值	最佳值
配管外直徑長 $d_o=x_1(m)$	0.07	0.11362
配管內直徑長 $d_i=x_2(m)$	0.063	0.09362
回轉彈簧柔度 $\lambda_1=x_3$	0.03	0.03
線性彈簧柔度 $\lambda_2=x_4$	1	1.9058
龜裂進展抵抗最小值 $dJ/da$ (MN/m <sup>2</sup> )	63.823	17.145
龜裂進展至崩壞時間 Time (Hours)	46.166	134.766

## (2) 固定端有龜裂之靜不定管結構物

題目敘述:

解析模型如圖 3-2 所示龜裂部在固定端的情形，配管截面為未貫穿龜裂，如圖 2-2(b)所示。解析時假設配管跨距長  $L=3m$ ，龜裂夾角  $\theta=10^\circ$ ，龜裂貫穿比  $a/t=0.5$ ，壓縮彈簧的 compliance  $\lambda_1=0.215m/MN$ ，附近的配管所生成的彎曲 compliance  $\lambda_2=L/3EI$ ， $J_{IC}=100kN/m$ 。目標函數及限制條件表示如下：

目標函數

$$\begin{aligned} \frac{dJ_{\text{mal}}}{da} = & \left[ 0.02328(3 + 13479.19963\lambda_1(d_o^4 - d_i^4) + 4(1 + 1123.26664\lambda_1 \right. \\ & \left. (d_o^4 - d_i^4)(d_o + d_i)^3 \right] \times \frac{1}{(d_o^4 - d_i^4)(1 + 1123.26664(d_o^4 - d_i^4)\lambda_1 + 1/\lambda_2)} \\ & + 0.16789 \frac{J_{IC}}{(d_o - d_i)} \end{aligned} \quad (5-33)$$

限制條件

$$10 \leq \frac{(d_o + d_i)}{(d_o - d_i)} \leq 40 \quad (5-34)$$

$$0.00165 \leq \frac{(d_o - d_i)}{2} \leq 0.01 \quad (m) \quad (5-35)$$

$$q_{A1} \leq q_{D1} \quad (5-36)$$

$$q_{D1} \leq q_{B1} \quad (5-37)$$

$$\Delta q_{D2} \leq \Delta q_{B2} \quad (5-38)$$

$$q_{cr} \geq 0.0005 \quad \left( \frac{MN}{m} \right) \quad (5-39)$$

$$\delta_{cr} \leq 0.1 \quad (m) \quad (5-40)$$

$$0.01 \leq d_o \leq 1 \quad 0.01 \leq d_i \leq 1 \quad (5-41)$$

$$0.03 \leq \lambda_1 \leq 0.4 \quad 0.1 \leq \lambda_2 \leq 10 \quad (5-42)$$

其中式(5-33)為參照式(3-33)所得到的延性安定破壞臨界  $dJ_{\text{mal}}/da$  表

示式，式(5-34)為參照 ASME Code[20]所得配管外直徑與內直徑比例範圍，式(5-35)、式(5-40)為配管尺寸範圍[21]，而式(5-36)、式(5-37)、式(5-38)為塑性鉸形成順序  $A \rightarrow C \rightarrow B$  的限制條件，其中  $q_{A1}$ 、 $q_{B1}$ 、 $q_{C1}$  分別為形成第一塑性鉸所需荷重值，而  $\Delta q_{B2}$ 、 $\Delta q_{C2}$  分別為第一塑性鉸至第二塑性鉸形成為止 B、C 兩點所需荷重增加值，其詳細表示式請參照[7]式(2-81)~式(2-97)。而式(5-39)、式(5-40)中  $q_{cr}$ 、 $\delta_{cr}$  分別為崩壞荷重及崩壞變位關係式，請參照式(5-20)、式(5-21)。由前述關係式得到最佳化形式如下：

最小化

$$f(x) = [0.02328(3 + 13479.19963 x_3(x_1^4 - x_2^4) + 4(1 + 1123.26664 x_3(x_1^4 - x_2^4)(x_1 + x_2)^2)] \times \frac{1}{(x_1^4 - x_2^4)(1 + 1123.26664(x_1^4 - x_2^4)x_3 + 1/x_4)} + 0.16789 \frac{J_{IC}}{(x_1 - x_2)}$$

受限於  $g_1(x) = 10 - \frac{(x_1 + x_2)}{(x_1 - x_2)} \leq 0$

$$g_2(x) = \frac{(x_1 + x_2)}{(x_1 - x_2)} - 40 \leq 0$$

$$g_3(x) = 0.00165 - \frac{(x_1 - x_2)}{2} \leq 0 \quad (m)$$

$$g_4(x) = \frac{(x_1 + x_2)}{2} - 0.01 \leq 0 \quad (m)$$

$$g_5(x) = q_{A1}(x_1, x_2, x_3, x_4) - q_{C1}(x_1, x_2, x_3, x_4) \leq 0$$

$$g_6(x) = q_{C1}(x_1, x_2, x_3, x_4) - q_{B1}(x_1, x_2, x_3, x_4) \leq 0$$

$$g_7(x) = \Delta q_{C2}(x_1, x_2, x_3, x_4) - \Delta q_{B2}(x_1, x_2, x_3, x_4) \leq 0$$

$$g_8(x) = 0.0005 - q_{cr}(x_1, x_2, x_3, x_4) \leq 0 \quad \left(\frac{MN}{m}\right)$$

$$g_9(x) = \delta_{cr}(x_1, x_2, x_3, x_4) - 0.1 \leq 0 \quad (m)$$

$$0.01 \leq x_1 \leq 1 \quad 0.01 \leq x_2 \leq 1$$

$$0.03 \leq x_3 \leq 0.4 \quad 0.1 \leq x_4 \leq 10$$

(a) 考慮配管內有流體的情形

其假設無龜裂及有龜裂情形配管的塑性力矩值為  $M_p$ ,  $M_{CP}$ , 如式(5-1)、式(5-2)所示, 計算時  $\sigma_f=400\text{MPa}$  代入。最佳化結果如表 5-7 所示。

(b)考慮配管內無流體的情形

其假設無龜裂及有龜裂情形配管的塑性力矩值為  $M_p$ ,  $M_{CP}$ , 如式(5-3)、式(5-5)所示, 計算時  $\sigma_y=206.7\text{MPa}$ [22]代入。最佳化結果如表 5-8 所示。

表 5-7 固定端有龜裂管結構最小化  $dJ/da$  結果(I)

	起始值	最佳值
配管外直徑長 $d_o=x_1(m)$	0.13	0.13517
配管內直徑長 $d_i=x_2(m)$	0.112	0.11517
回轉彈簧柔度 $\lambda_1=x_3$	0.03	0.03
線性彈簧柔度 $\lambda_2=x_4$	1	1.9884
龜裂進展抵抗最小值 $dJ/da$ (MN/m <sup>2</sup> )	10.741	9.271
龜裂進展至崩壞時間 Time (Hours)	256.943	294.964

表 5-8 固定端有龜裂管結構最小化  $dJ/da$  結果(II)

	起始值	最佳值
配管外直徑長 $d_o=x_1(m)$	0.1	0.1381
配管內直徑長 $d_i=x_2(m)$	0.09	0.1181
回轉彈簧柔度 $\lambda_1=x_3$	0.03	0.03
線性彈簧柔度 $\lambda_2=x_4$	1	1.9498
龜裂進展抵抗最小值 $dJ/da$ (MN/m <sup>2</sup> )	6.327	3.079
龜裂進展至崩壞時間 Time (Hours)	304.082	631.107

### 5-3.3 結果與比較

比較最佳化設計解析結果，有以下幾點發現：

- (1) 在最小化體積部份(表 5-1~表 5-4)，觀察起始值與最佳值的結果，最佳值的體積皆小於起始值體積。比較表 5-1 中央點有龜裂且內有流體管結構的最小化體積結果(I)與表 5-2 中央點有龜裂且無流體管結構的最小化體積結果(II)得知，管結構內有流體時，最佳化所得的配管外直徑  $d_o$ 、配管內直徑  $d_i$  以及最小體積  $V$  值皆比管結構在無流體時大。在表 5-3 固定端有龜裂且內有流體管結構的最小化體積結果(I)與表 5-4 固定端有龜裂且無流體管結構的最小化體積結果(II)也有同樣的情形。表示在一樣的崩壞荷重及崩壞變位限制條件時，管內有流體的情況下所得到的最佳化配管內外徑尺寸及體積比無流體時大，而這是由於管內有流體時與管內無流體時的塑性力矩計算式的不同，經分析達到同樣荷重及變位時，管內有流體時需要較大的尺寸，而吾人以同樣崩壞荷重及變位為限制條件，自然有流體的配管較無流體配管尺寸大。
- (2) 在最小化龜裂進展臨界  $dJ/da$  值部分(表 5-5~表 5-8)，觀察起始值與最佳值的結果，最佳值的  $dJ/da$  值皆小於起始值  $dJ/da$  值。比較表 5-5 中央點有龜裂且內有流體管結構的最小化  $dJ/da$  值結果(I)與表 5-6 中央點有龜裂且無流體管結構的最小化  $dJ/da$  結果(II)得知，管結構內有流體

時，最佳化所得的  $dJ/da$  值比為無流體時大。在表 5-7 固定端有龜裂且內有流體管結構的最小化  $dJ/da$  結果(I)與表 5-8 固定端有龜裂且無流體管結構的最小化  $dJ/da$  結果(II)也有同樣的情形。表示在一樣的崩壞荷重及崩壞變位限制條件時，管內有流體的情況下所得到的最佳化配管  $dJ/da$  值比無流體時大，而這是由於管內有流體時與管內無流體時的塑性力矩計算式以及降伏應力值的不同的緣故，使得同樣配管尺寸時，有流體時因降伏應力較大而有較大的  $dJ/da$  值，無流體時因降伏應力較小而有較小的  $dJ/da$  值的緣故。故最佳化所得  $dJ/da$  值，在有流體時明顯大於無流體時，而  $dJ/da$  值愈小則至崩壞時間愈長，因此在有流體時的最佳設計其至崩壞為止的時間比無流體時短。

本最佳化設計利用崩壞荷重及崩壞變位作為主要限制條件，成功的最小化體積及龜裂進展抵抗  $dJ/da$  值。其中，最小化體積的設計可作為結構尺寸設計的參考。而最小化龜裂進展抵抗  $dJ/da$  值的設計將有助於延長龜裂進展至崩壞的時間，對於結構的設計將有實質的助益。



## 第六章 結論與建議

### 6-1 總結

本文研究以靜不定及靜定龜裂管結構為解析對象，解析配管在承受等分布荷重及強制變位的情形下之塑性崩壞行為，並對於影響結構龜裂的破壞力學因子，如彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  及龜裂進展抵抗值  $dJ/da$  值作相當深入的探討。

在第二章中，為了解承受地震變位的靜不定龜裂管結構物的塑性崩壞行為，得到以下結果：(1)在龜裂部形成塑性鉸之後，結構物才開始龜裂進展。(2) 在  $dJ/da$  值愈小時，隨著龜裂進展其回轉角及龜裂夾角增加得愈快。而在  $dJ/da$  值小於某一臨界值如  $dJ/da=10\text{MN/m}^2$ ，會有回轉角及變位皆減少的現象，這種現象稱為延性不安定破壞現象。在第三章中，為了解延性不安定破壞的主要形成原因及改進之方法，得到以下結果：(1)  $dJ/da$  值為形成延性不安定破壞及延性安定破壞之關鍵因子， $dJ/da$  值小於某一臨界值為延性不安定破壞，反之則為延性安定破壞。(2) 對於承受等分佈荷重之靜不定龜裂管結構而言， $dJ/da$  值小於一臨界值時，隨著龜裂進展其耐荷重能力會下降，此現象亦為延性不安定破壞現象。(3) 經由吾人設計延性安定破壞臨界  $dJ/da$  值的解析方法，以圖解的方式，將解析所得到的最小  $dJ/da$  值與其他  $dJ/da$  值比較的結果，發現以解析所得

不安定破壞。

- 自未貫穿裂紋開始龜裂進展至完全貫穿，繼續龜裂進展至完全破斷時之 LBB，類似延性不安定破壞現象。

- 當龜裂點在固定端時，不論是部份貫穿裂紋或完全貫穿裂紋時，其龜裂進展現象和龜裂點在中央點時相同，只是發生的現象尺度較小。

- 以強制變位的方式逐步解析隨著龜裂進展，可逐次分析龜裂部迴轉角-變位以及龜裂夾角-變位之間的關係，即可以模擬（取代一般的實驗方式）得到結構崩壞變位值時的結構迴轉角值，龜裂夾角及裂紋開口面積值。

- 以應力腐蝕裂縫增長理論解析靜不定及靜定結構物龜裂至崩壞的預估壽命，有以下幾點結論：

(1)  $J_{IC}$  及  $dJ/da$  值愈小則至崩壞為止所需時間愈長。

(2)  $dJ/da$  值很小時，龜裂貫穿後荷重仍持續下降，但漸漸其荷重能力會有上升的趨勢，但最終崩壞荷重小於  $dJ/da$  值較大時。(3) 經解析得知隨著龜裂進展裂縫增長速率愈慢，而  $dJ/da$  值愈大時，剛開始裂縫增長速率愈快。

(4)  $dJ/da$  值愈大時，龜裂進展至崩壞的時間愈短，而由於時間很短，所以一但發生龜裂進展，將會很快崩壞。

● 以崩壞荷重及崩壞變位關係式作為主要限制條件，解得最小化截面積及最小化  $dJ/da$  值的最佳設計例，有以下幾點結論：

(1) 經解析得知崩壞荷重與崩壞變位有相當的關聯性，崩壞荷重愈大時崩壞變位也愈大。

(2) 在最小化體積設計部分，在管內有流體時最佳化所得的配管尺寸與體積皆比管內無流體時大。

(3) 在最小化龜裂進展抵抗臨界  $dJ/da$  值部分，管內有流體時最佳化所得的最小  $dJ/da$  值皆比管內無流體時大，表示在不形成延性不安定破壞情形下最小化龜裂進展臨界  $dJ/da$  值的設計，管內有流體時龜裂進展至崩壞的時間較管內無流體時短。而由前一章得知  $dJ/da$  值愈小則龜裂進展至崩壞時間愈長，而崩壞時間愈長表示配管壽命愈長。

(4) 最小化體積及龜裂進展抵抗  $dJ/da$  值的設計，可有效節省材料及延長龜裂進展至崩壞為止的時間，提供結構設計者參考。

● 總之，本研究發現龜裂管結構物的龜裂進展主要仍受彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  及龜裂進展抵抗  $dJ/da$  值等破壞力學因子的影響，而  $dJ/da$  值的大小不僅影響龜裂進展速率，更是延性破壞為安定或不安定的重要關鍵因子，而吾人提出改善  $dJ/da$  值的方式，可作為防止延性不安定破壞發生及延長崩壞時間之設計參考。

● 由於臺電核能電廠及機組的擴建以及民營電廠的開放，而對於管路及壓力容器的破壞行為，尤其對於靜不定管結構物之相關研究仍不十分清楚。本研究以靜不定及靜定龜裂管結構為解析對象，解析出配管在承受等分佈荷重及強制變位的情形下的塑性崩壞行為，並對於影響結構龜裂的破壞力學因子，如彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  及龜裂進展抵抗值  $dJ/da$  值有相當深入的探討並提出改善的方法，期能對於電廠管路劣化的健全性評估及改善有所助益。

## 6-2 未來研究方向

由於臺電核能電廠及機組的擴建以及民營電廠的開放，而對於管路及壓力容器的破壞行為，尤其對於靜不定管結構物之相關研究仍不十分清楚。本研究以靜不定及靜定龜裂管結構為解析對象，解析出配管在承受等分佈荷重及強制變位的情形下的塑性崩壞行為，並對於影響結構龜裂的破壞力學因子，如彈塑性破壞韌性值  $J_{IC}$  及龜裂進展抵抗值  $dJ/da$  值有相當深入的探討並提出改善的方法，期能對於電廠管路劣化的健全性評估及改善有所助益。

## 誌 謝

非常感謝台灣電力公司的支援及贊助，本研究得以順利完成。工研院材料所劉松柏博士的悉心指導，亦一併感謝。

## 參考文獻

- [1] Van den Broeck, "Theory of Limit Design" , John Wily and Sons Inc., New York(1984).
- [2] 町田 進編著, "延性破壞力學", 復漢出版社印行(1984).
- [3] G.R.Irwin, Trans.ASME, J.Appl.Mech., 24, (1957), p. 261.
- [4] G.R.Irwin, 9th int. Cong.Applied Mech., Brussel, (1957).
- [5] J.R.Rice, Trans.ASME, J.Appl.Mech., 35, (1968), p. 379.
- [6] A.A.Wells, Crack Propagation Symp.Proc, Cranfield College of Aeronautics, 1, (1961), p. 210.
- [7] 史建中 "電廠管路結構劣化健全性評估及改善", 國科會電力科技產業學術合作計劃 (計畫編號 NSC87-TPC-E-004).
- [8] 李景亮, 梁英文編著, "結構耐震設計", 文笙書局出版(1995).
- [9] 石川信隆, 大野友則編著, "塑性解析與設計法入門", 森北出版 (1989).
- [10] David Broeck, "基本工程破裂力學", 國立編譯館出版(1995).
- [11] A.Zahoor and M.F.Kanninen, "A Plastic Fracture Instability Analysis of Wall Breakthrough in Circumferentially Cracked Pipe Subjected to Bending Loads" ,ASME J.PVT,103(1981) , pp. 194-200.
- [12] M.F. Kanninen, A. Zahoor and G. Wilkowski, "Instability Predictions for Circumferentially Cracked Type-304 Steel Pipe under Dynamic Loading" ,EPRINP-2347, Vols. 1 and 2, Palo Alto, California, April, (1982).

- [13] M.D. Rajab and A. Zahoor, "Fracture Analysis of Pipes Containing Full Circumference Internal Part-through wall Flaw ", ASME , Int. Jour. Press. Ves. and Piping, 41 (1990) , pp. 11-23.
- [14] A. Zahoor, Trans. ASME. J. PVT. 108(1986), pp. 529-531.
- [15] 劉松柏, "輕水爐一次系配管之構造健全性評估及改善", 橫濱國立大學工學博士學位論文(1996).
- [16] ASME Code Section X I , Appendix C NUREG-0313.
- [17] Lynns Beedle, "Plastic Design of Steel Frams" ,Lehigh University (1985).
- [18] James M. Gere, Stephen P. Timoshenko, "材料力學", 東華書局出版 (1989).
- [19] G.V. Reklaitis, A. Ravindran, K.M. Ragsdell, "工程最佳化-方法與應用(下)", 國立編譯館出版(1995).
- [20] ASME Code Section X I .
- [21] Louis Gray Lamit, "Piping Systems: Drafting and Design" Prentice-Hall, Inc. (1981).
- [22] Sam Kannappan, P. E, Introduction to Pipe Stress Analysis" , John Wily and Sons Inc., New York (1985).